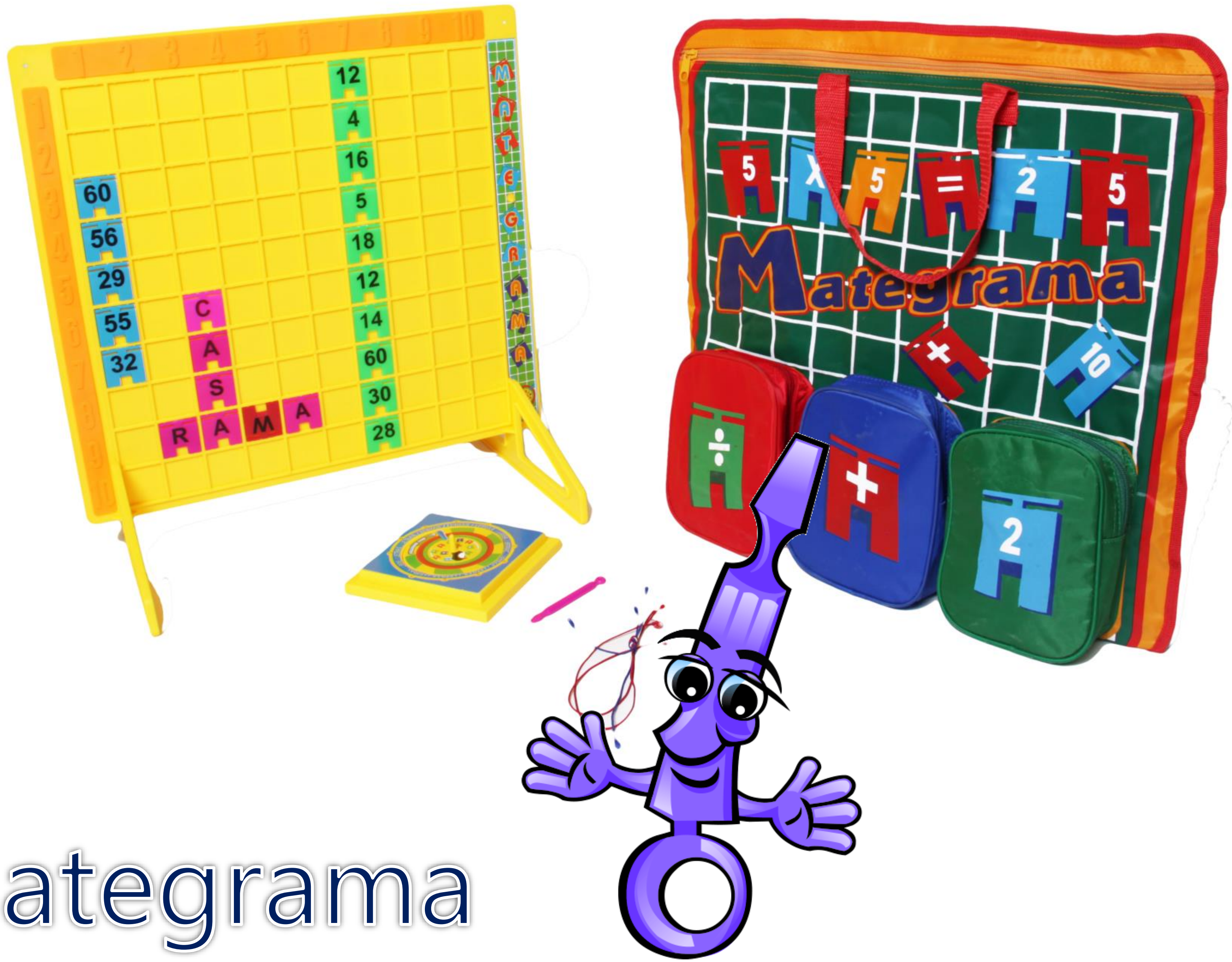
Gobierno del Estado de Sonora

SEC Secretaría de Educación y Cultura

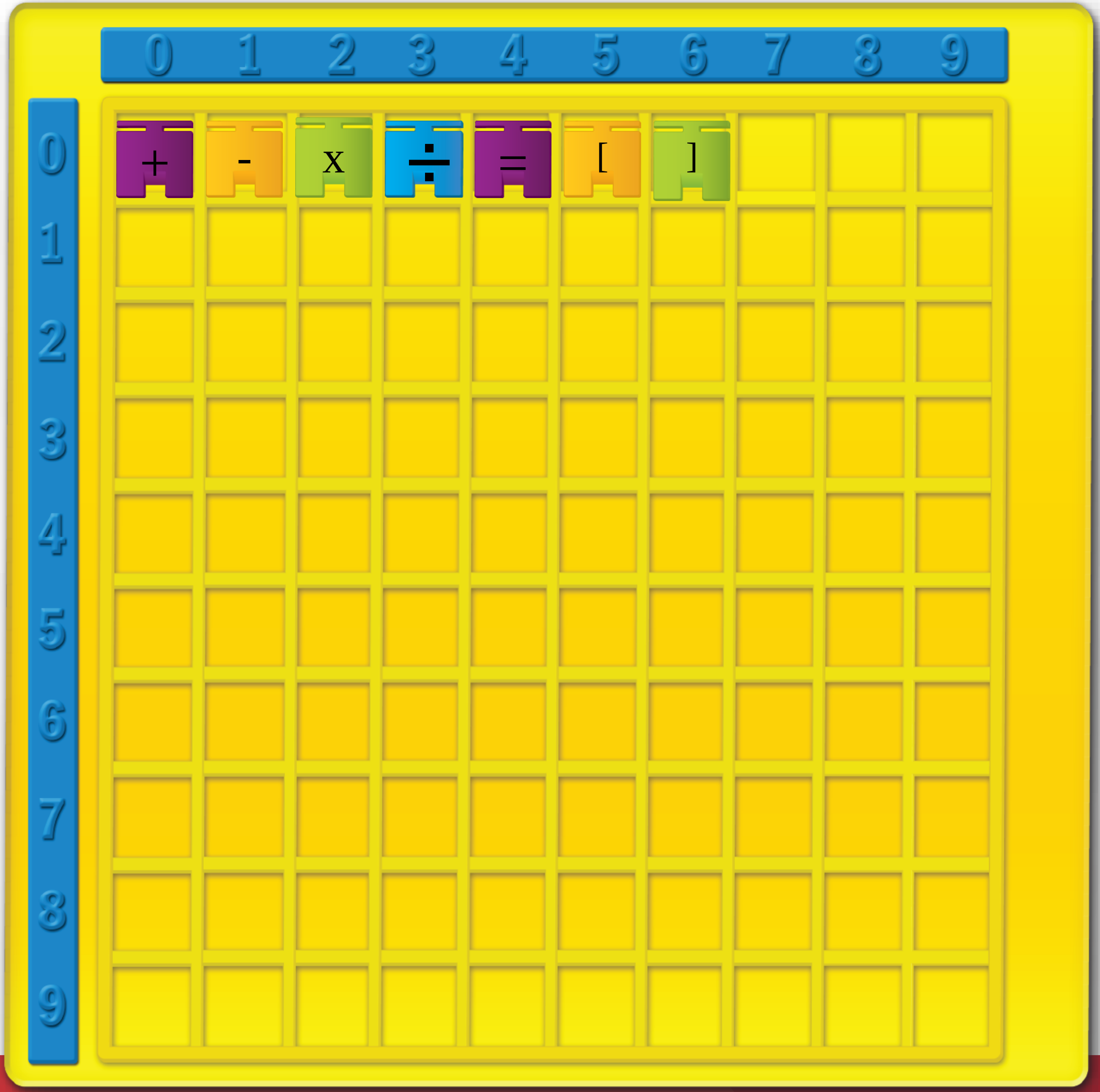
Capacitación en el uso de herramientas didácticas en nivel básico

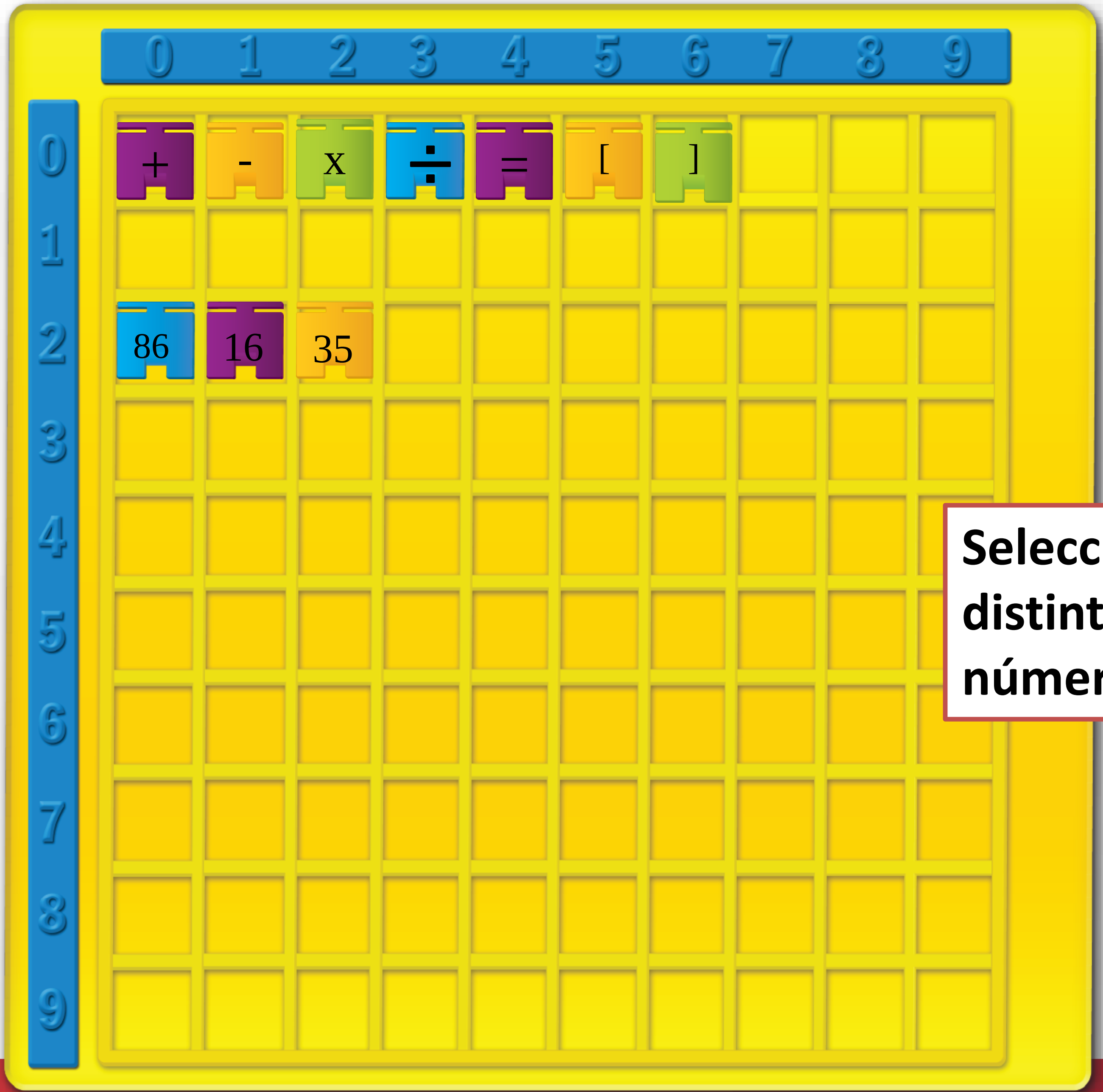
Objetivo General:

Promover estrategias a través del uso y aplicación de materiales didácticos para lograr una mejora de los aprendizajes, fortaleciendo la línea de trabajo al jugar con números y algo más



Mategrama


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ - x ÷ = [ ]



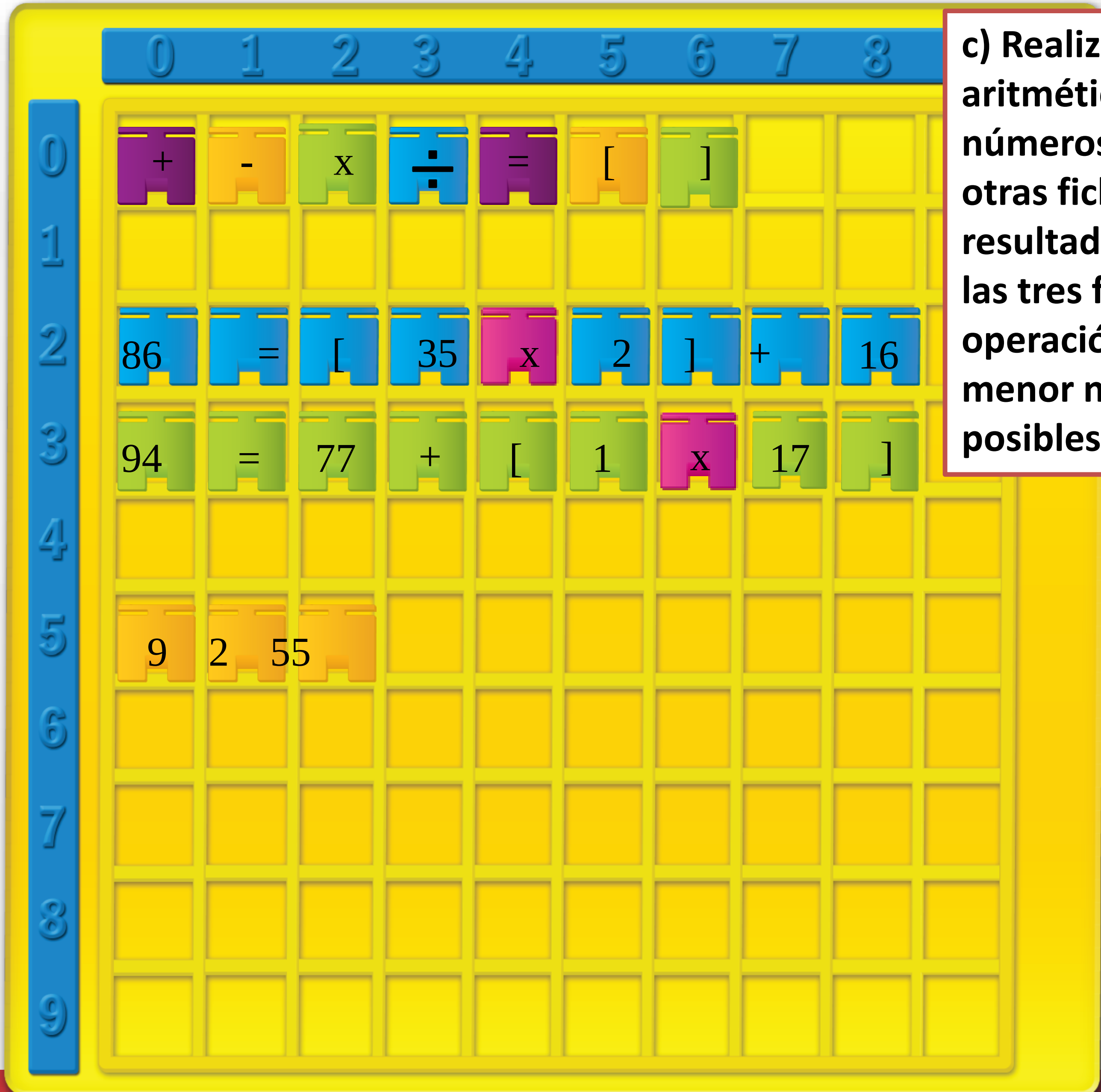
Seleccionar tres fichas distintas entre los números del 1 al 100:

a) Ordenarlos de mayor a menor

b) Realizar operaciones aritméticas utilizando los dos números menores y otras fichas numéricas o símbolos, que den como resultado el mayor número de las tres fichas seleccionadas. Utilizar el mínimo número de fichas.


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ - x ÷ = [ ]
86 = [35 x 2] + 16
94 1 77

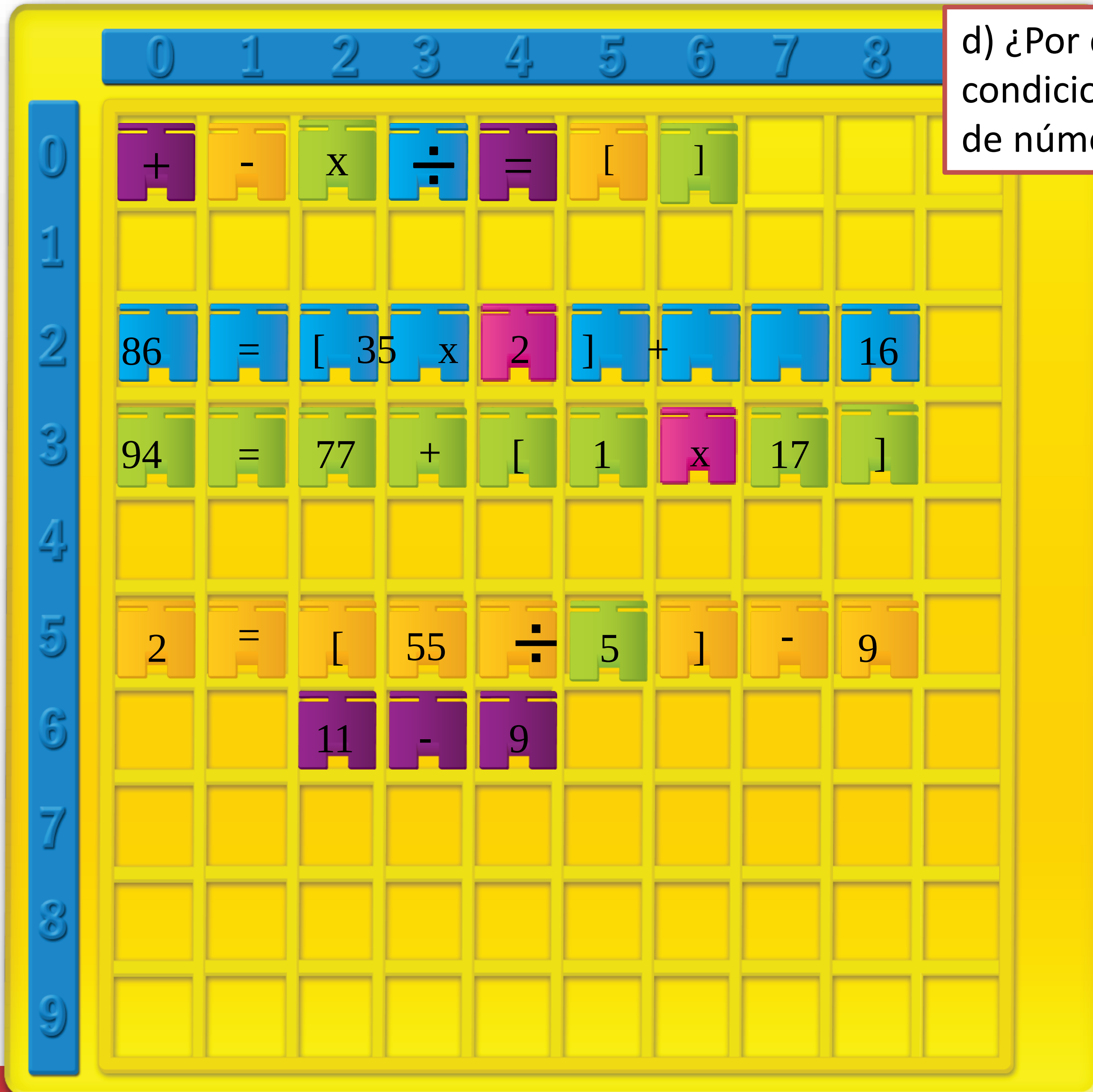

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ - x ÷ = [ ]
86 = [35 x 2] + 16
94 = 77 + [1 x 17]



c) Realizar operaciones aritméticas utilizando los dos números mayores y cualquiera otras fichas, para que el resultado sea el valor mínimo de las tres fichas seleccionadas. La operación debe contener el menor número de fichas posibles.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	+	-	x	÷	=	[	]			
1										
2	86	=	[35	x	2	]	+		16	
3	94	=	77	+	[	1	x	17	]	
4										
5	2	=	[	55	÷	5	]	-	9	
6										
7										
8										
9										


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ - x ÷ = [ ]
86 = [35 x 2] + 16
94 = 77 + [1 x 17]
2 = [55 ÷ 5] - 9
11 - 9



d) ¿Por qué se cumplen estas condiciones para cualquier terna de números?

REGLAS DEL SUDOKU:

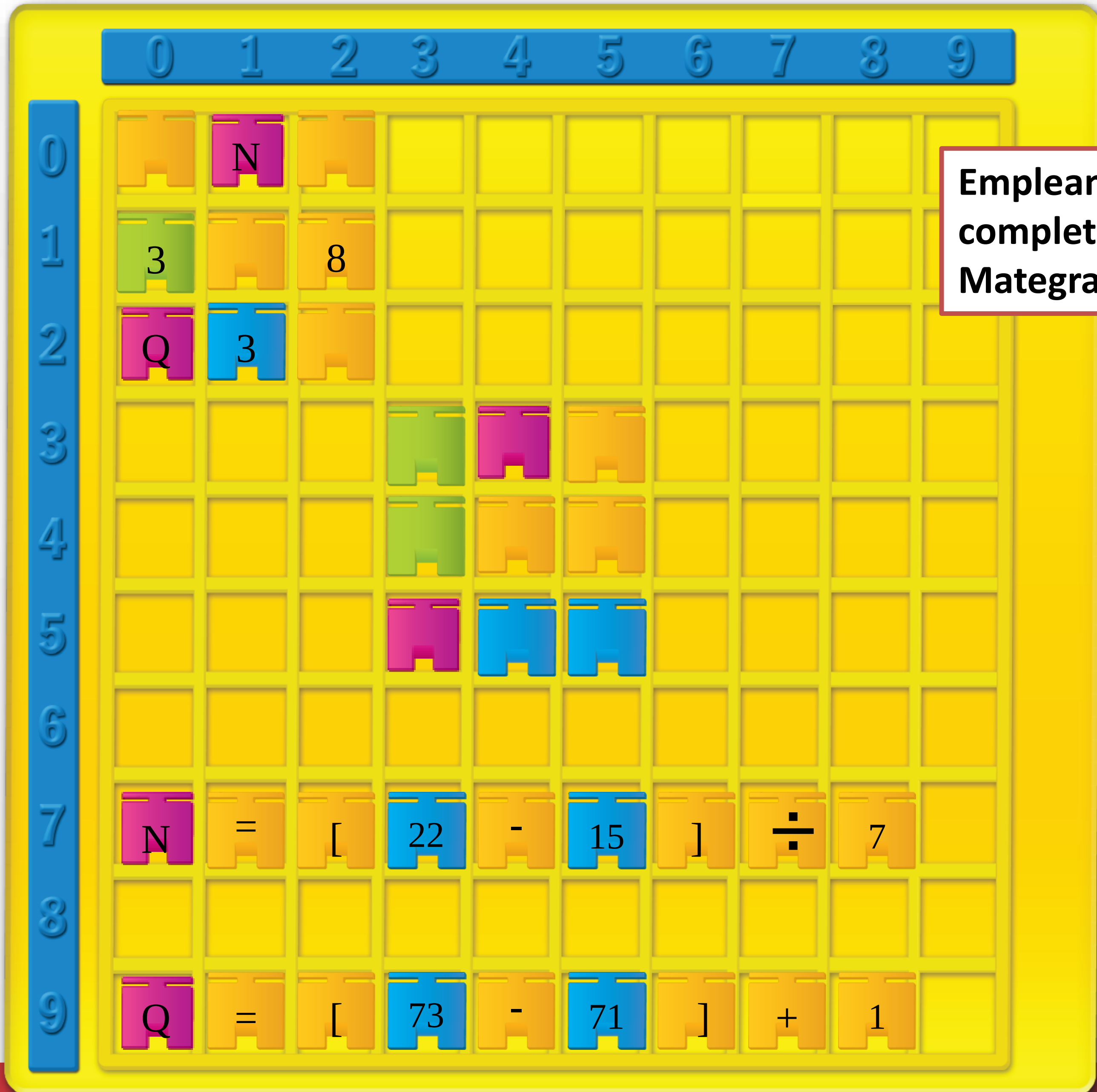
Se deben completar todas las casillas con números del 1 al 3, teniendo en cuenta que no se pueden repetir números:

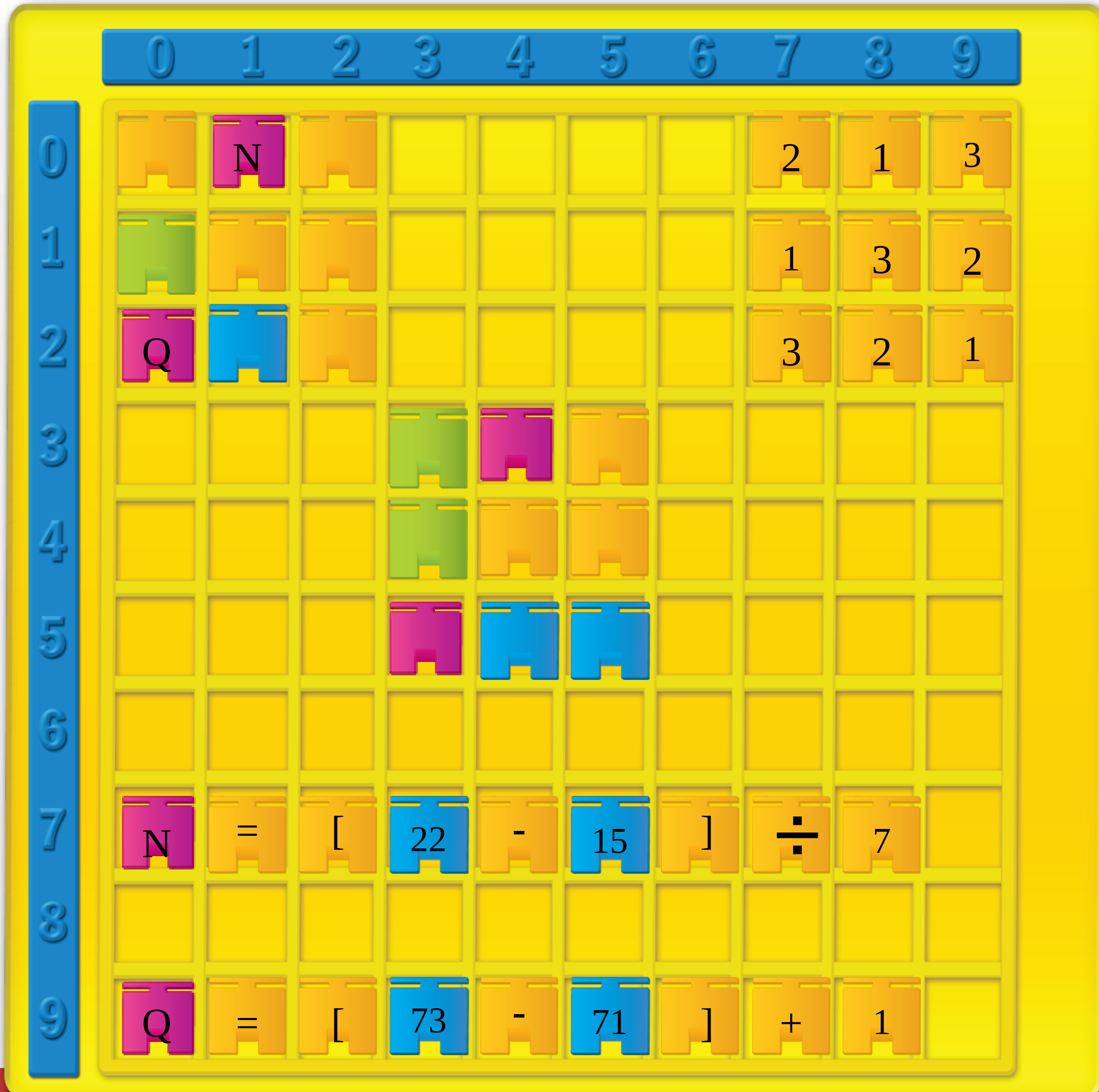
Ni en la misma fila

Ni en la misma columna

2	1	3
1	3	2
3	2	1

Empleando las reglas del sudoku completar la cuadricula en el Mategrama:



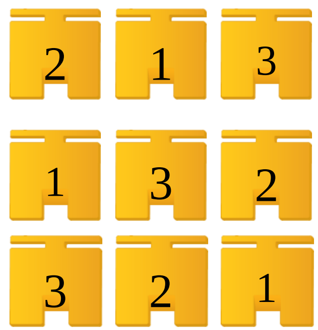

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
N
2 1 3
1 3 2
Q
3 2 1
N = [22 - 15] ÷ 7
Q = [73 - 71] + 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	f	M								
1		E	A	S						
2		B	D	R						
3	R	S	C	f						
4										
5										
6	M	=	[	100	÷	10	]	-	8	
7	C	+	f	=	4					
8	[	E	X	A	]	B	X	D	=	18
9	S	÷	R	=	2					

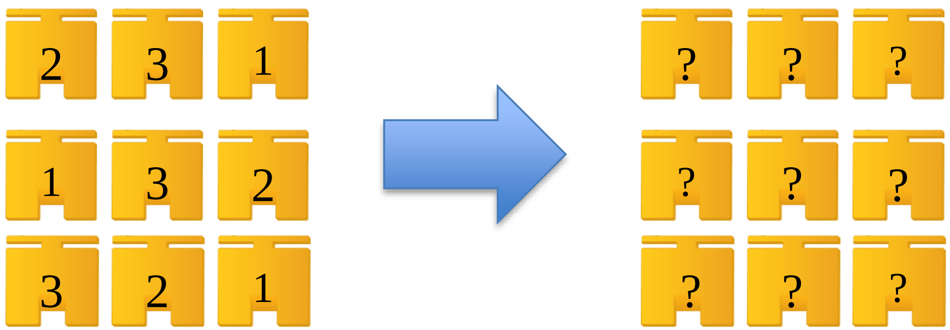
Con base a las indicaciones del ejercicio anterior, complete la siguiente cuadricula

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	f	M					3	2	4	1
1		E	A	S			1	3	2	4
2	-	B	D	R			4	1	3	2
3	R	S	C	f			2	4	1	3
4										
5										
6	M	=	[	100	÷	10	]	-	8	
7	C	+	f	=	4					
8	[	E	X	A	]	B	X	D	=	18
9	S	÷	R	=	2					

Considerando la cuadricula del ejercicio 4.1. ¿cuántos cuadriculas distintas se pueden diseñar?



Considerando la cuadricula del ejercicio 4.1.
¿cuántos cuadriculas distintas se pueden diseñar?

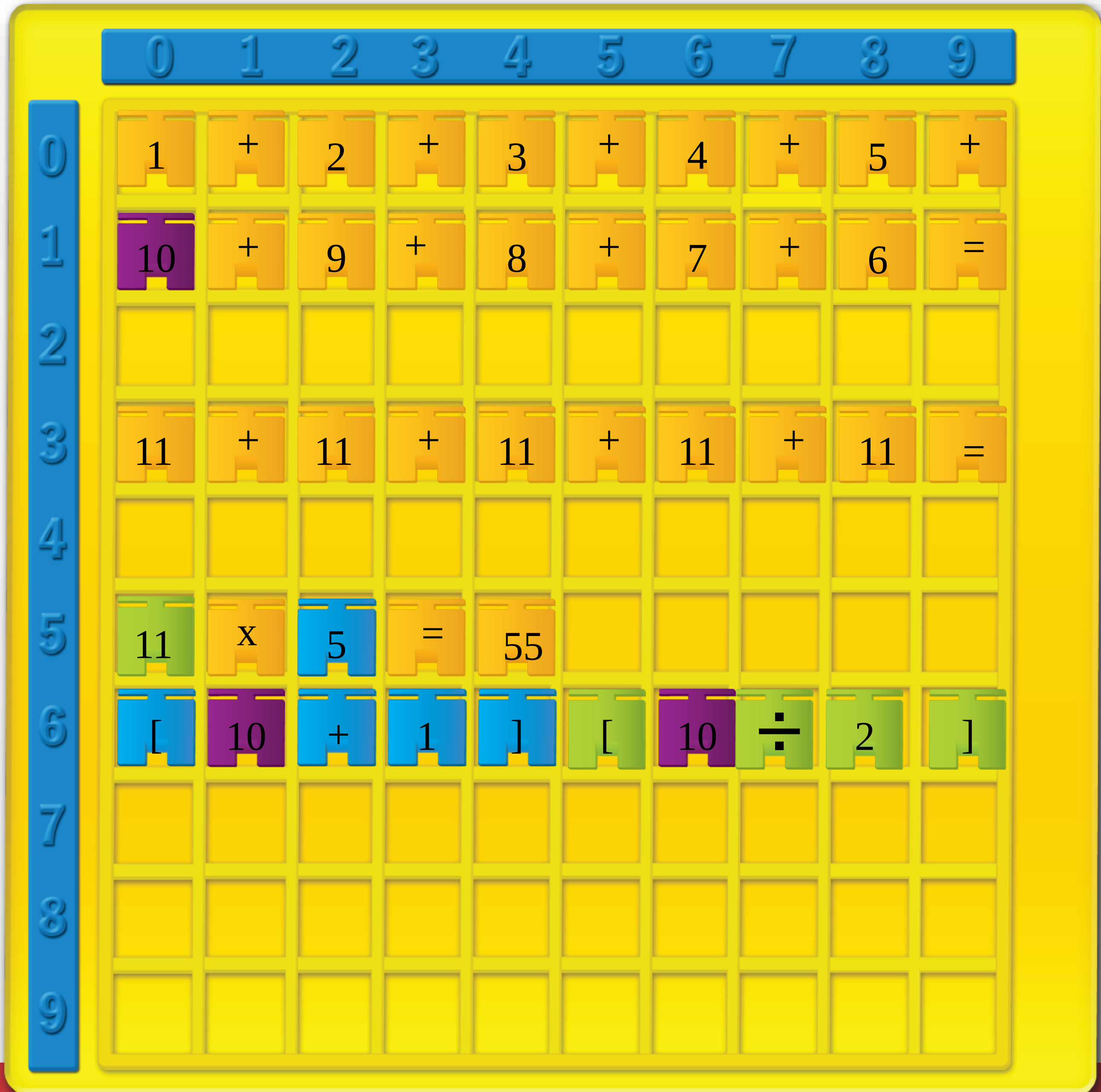



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 + 2 + 3 + 4 + 5 +
6 + 7 + 8 + 9 + 10 =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	+	2	+	3	+	4	+	5	+
1	10	+	9	+	8	+	7	+	6	=
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

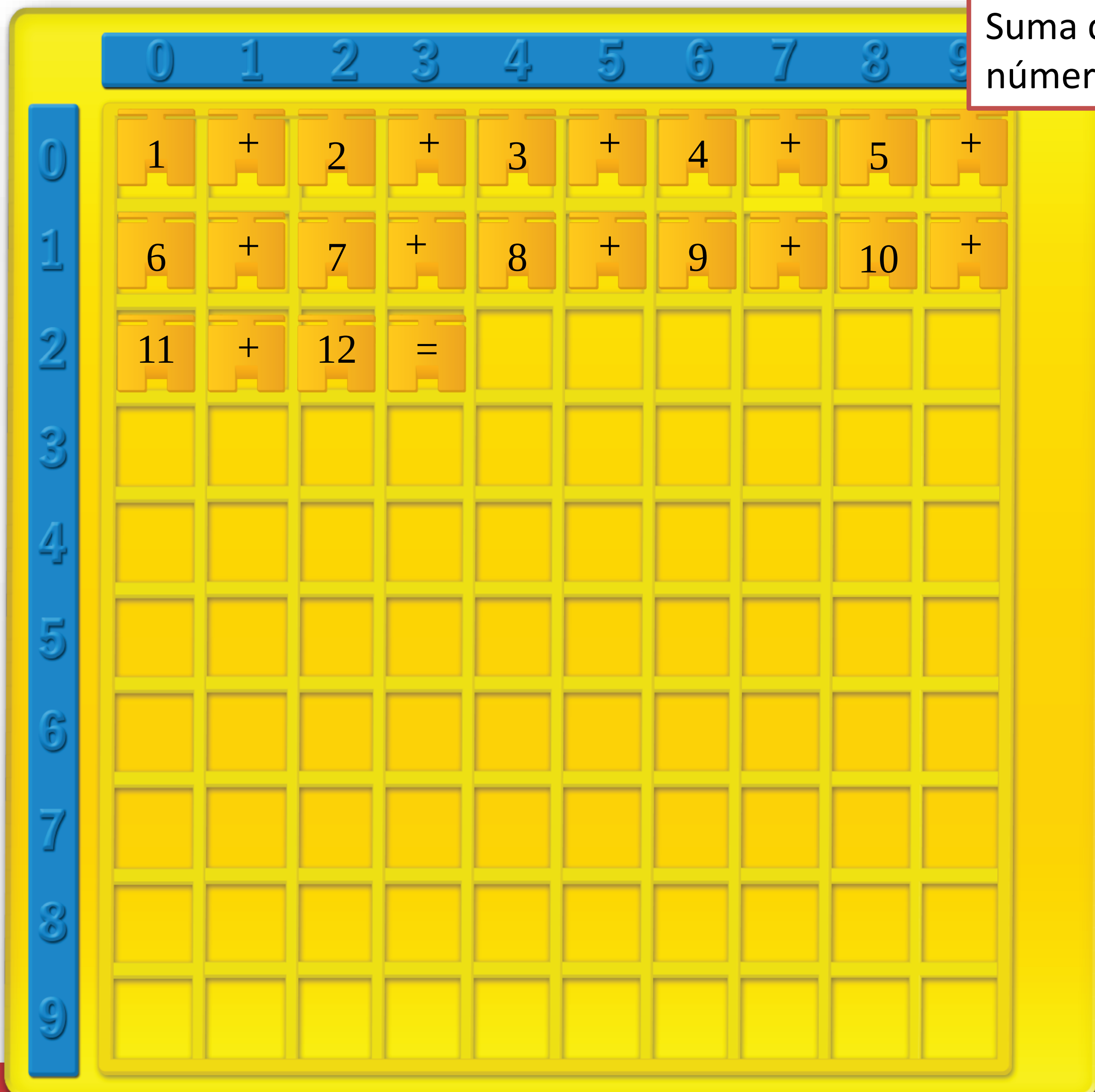
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	+	2	+	3	+	4	+	5	+
1	10	+	9	+	8	+	7	+	6	=
2										
3	11	+	11	+	11	+	11	+	11	=
4										
5	11	x	5	=	55					
6										
7										
8										
9										

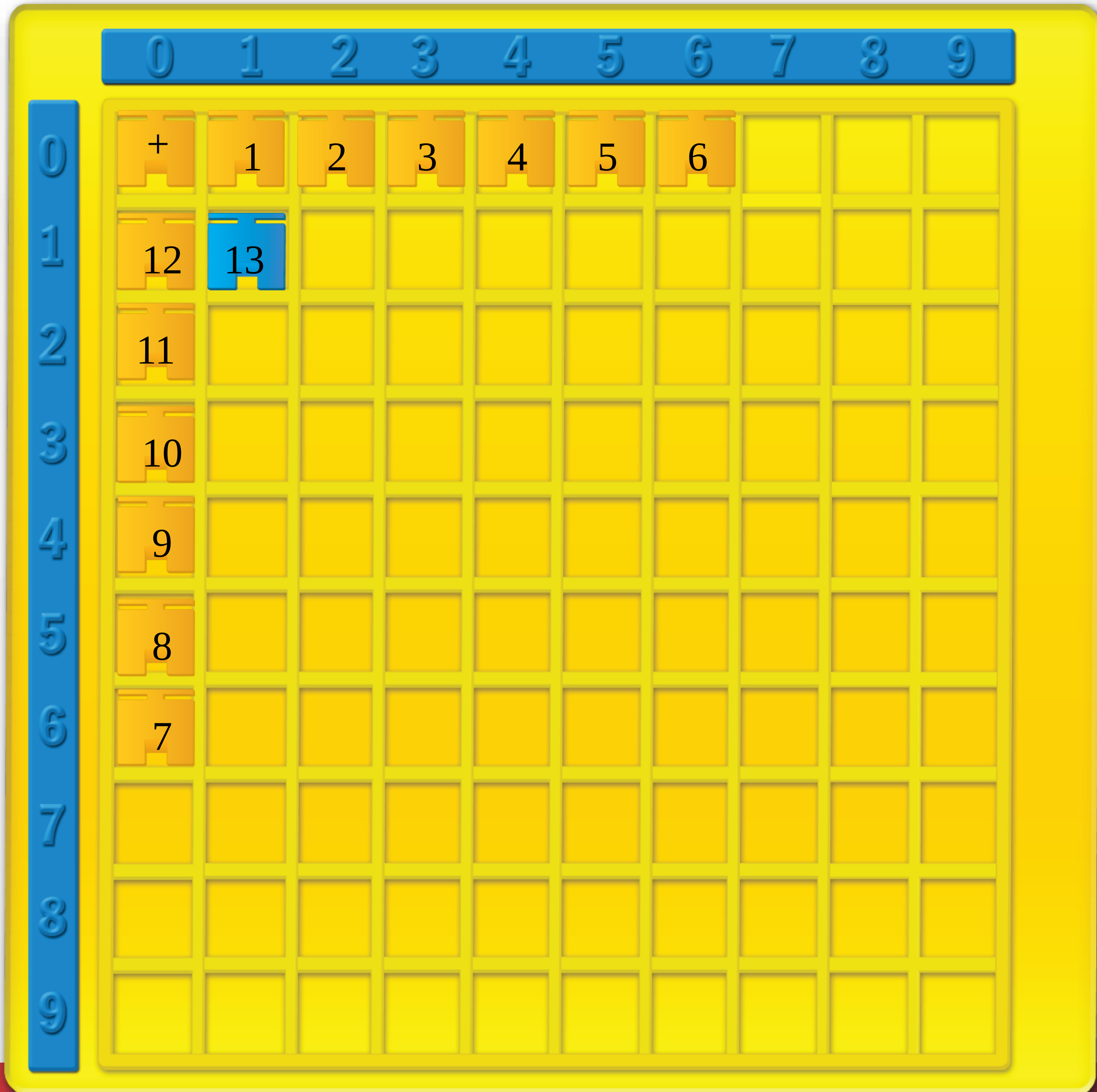

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 + 2 + 3 + 4 + 5 +
10 + 9 + 8 + 7 + 6 =
11 + 11 + 11 + 11 + 11 =

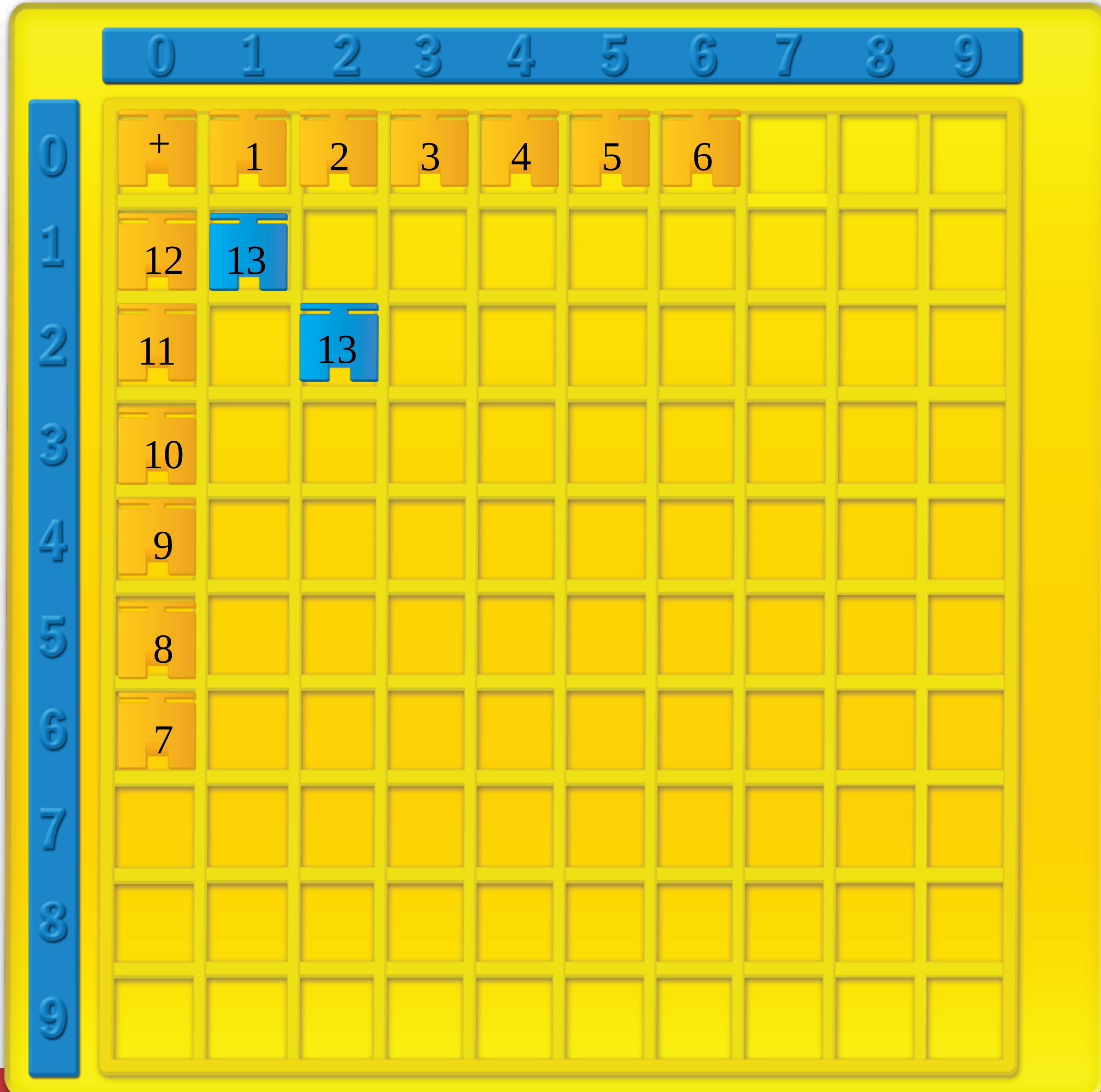


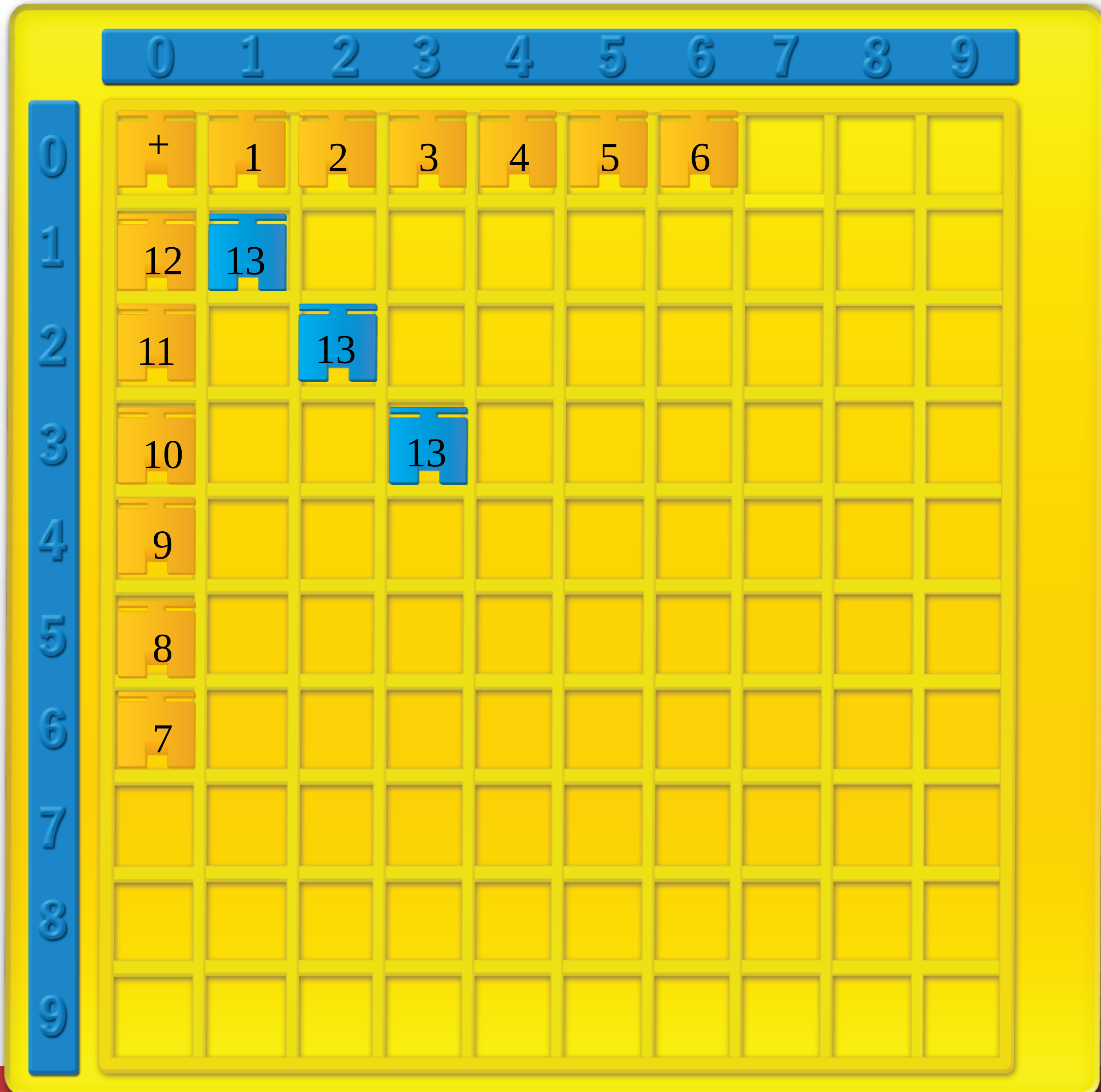
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 + 2 + 3 + 4 + 5 +
10 + 9 + 8 + 7 + 6 =
11 + 11 + 11 + 11 + 11 =
11 x 5 = 55
[10 + 1] [10 ÷ 2]

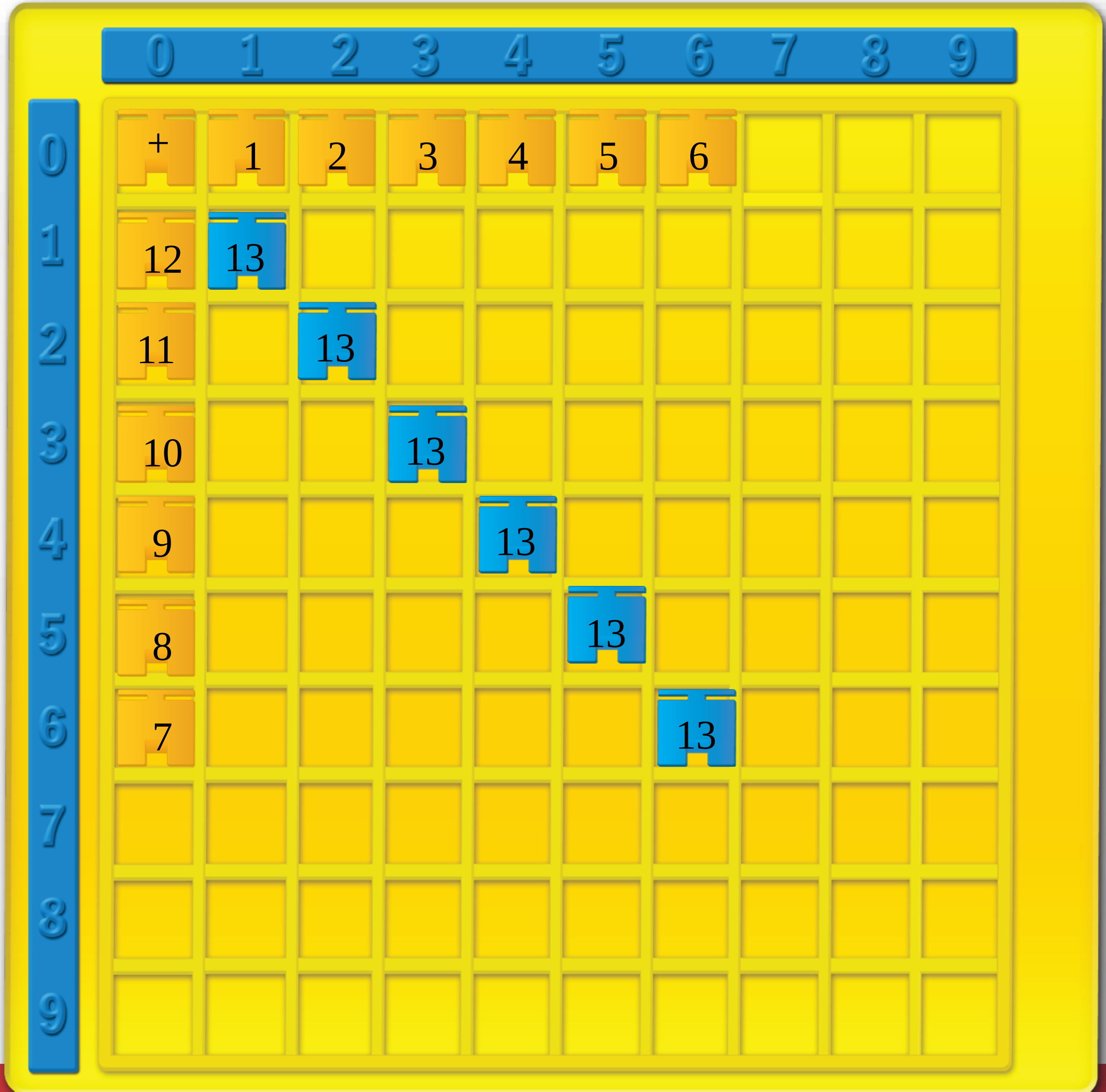
Suma de los primeros 12 números naturales:

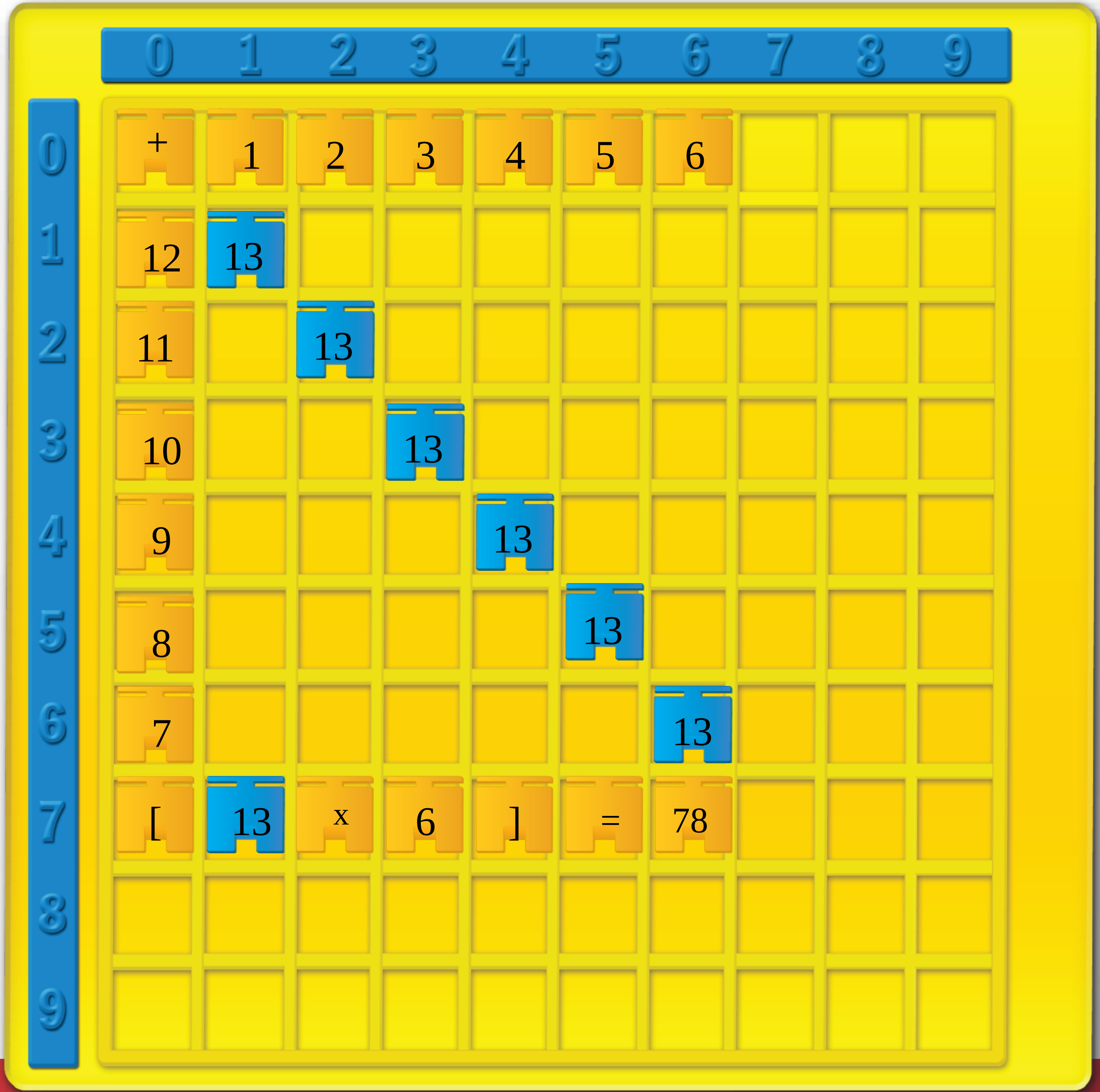


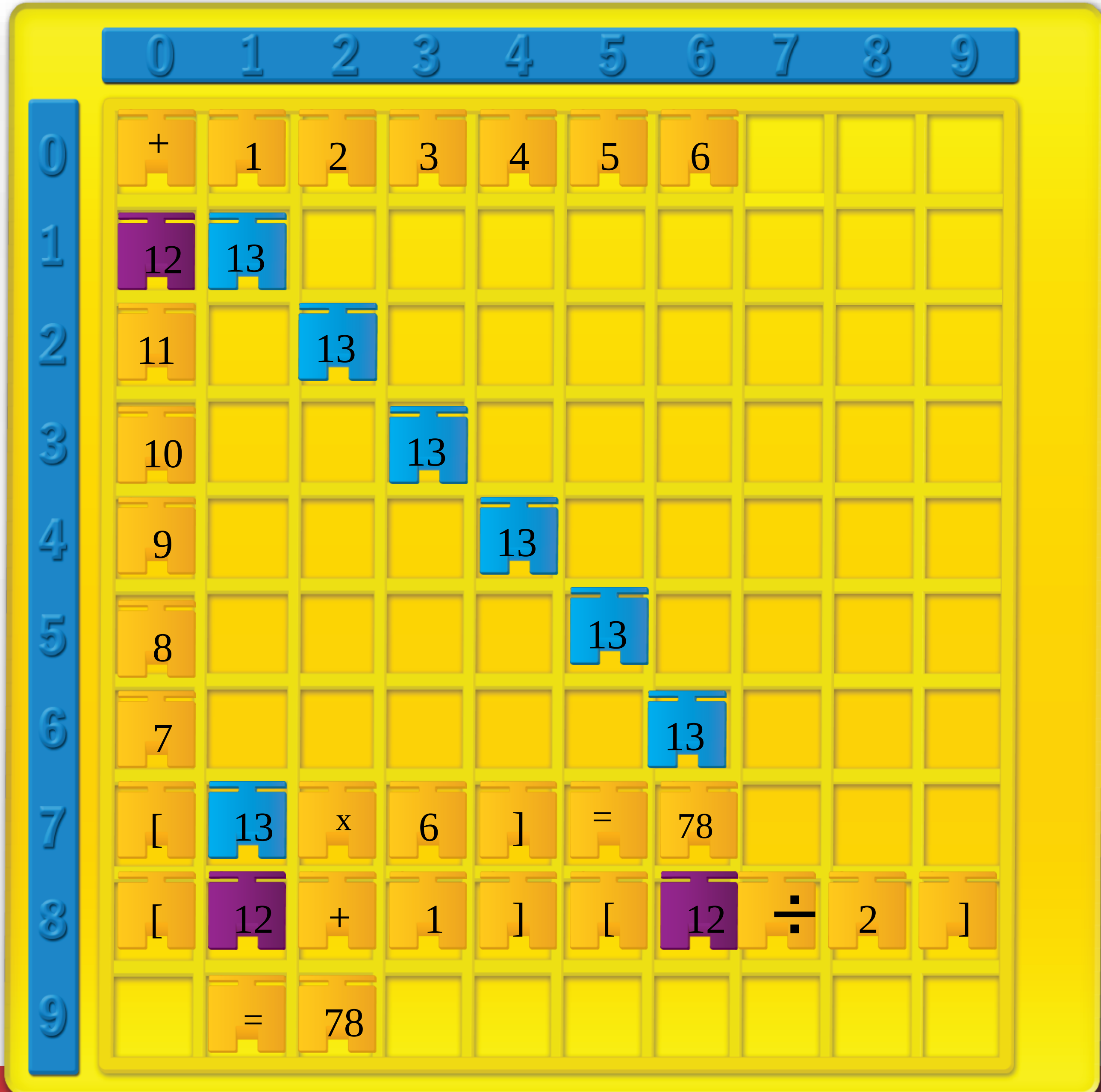

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+
1
2
3
4
5
6
12
13
11
10
9
8
7


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+
1
2
3
4
5
6
12
13
11
13
10
9
8
7

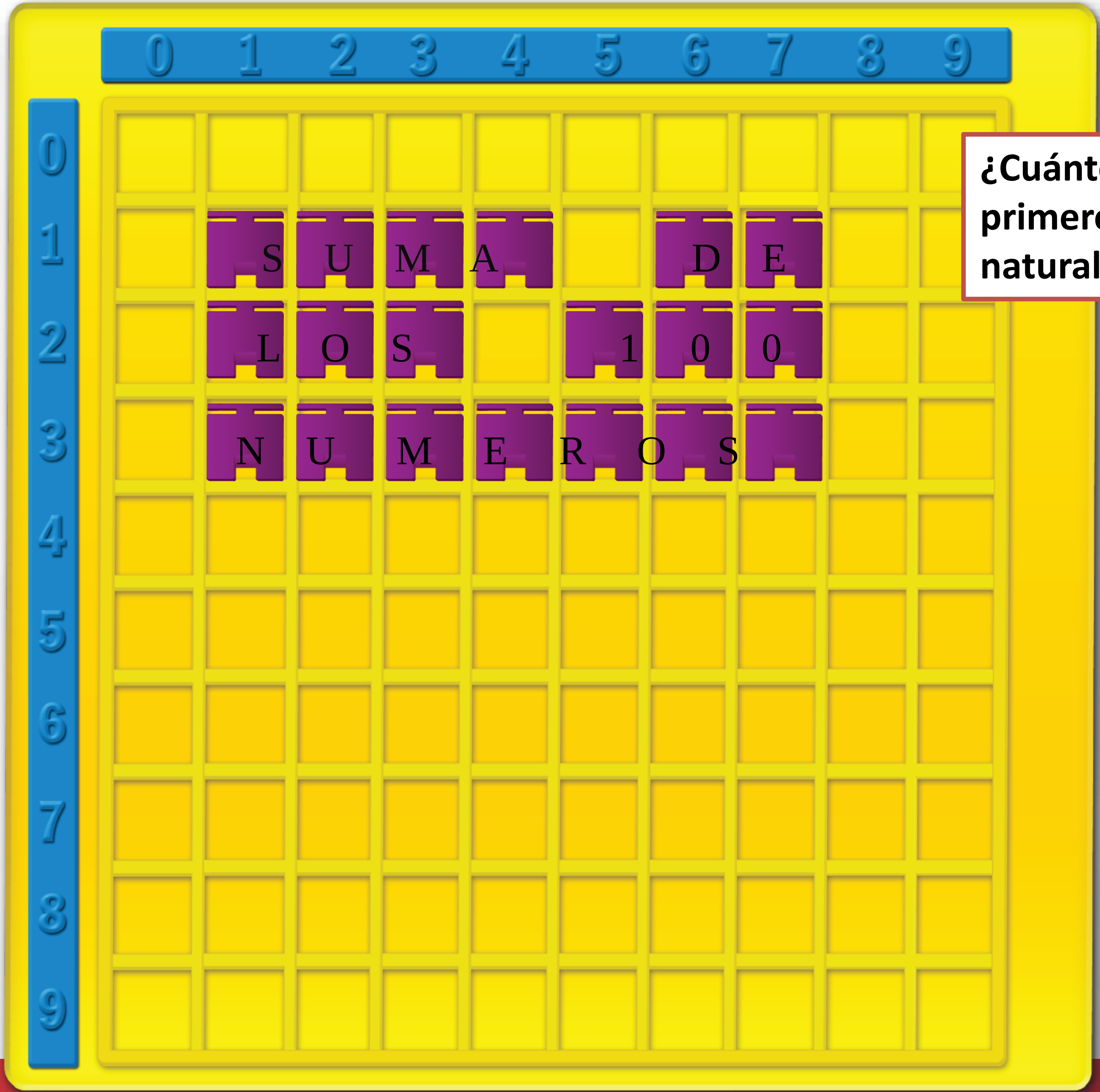

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ 1 2 3 4 5 6
12 13
11 13
10 13
9
8
7


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ 1 2 3 4 5 6
12 13
11 13
10 13
9 13
8 13
7 13

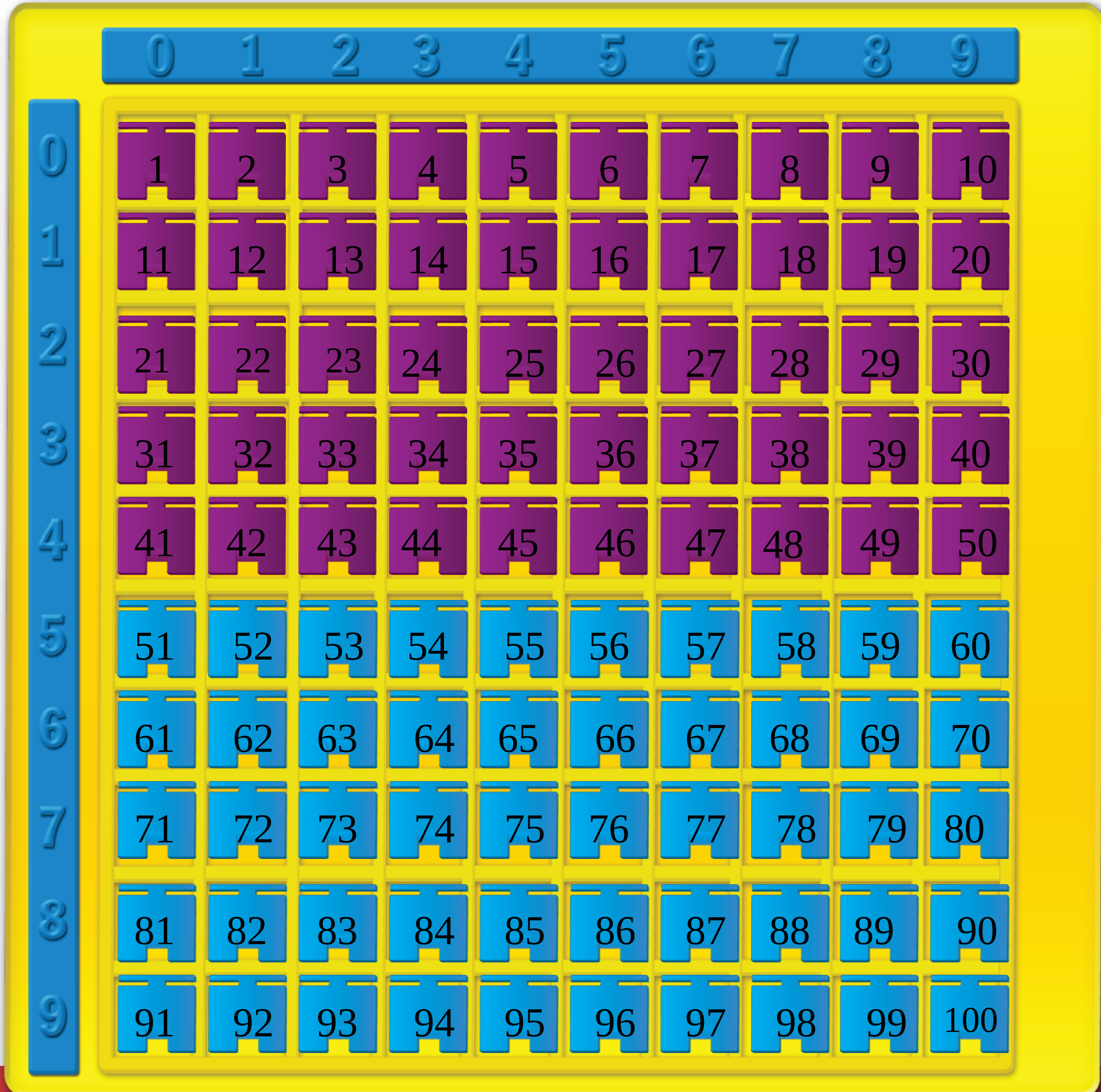

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
+ 1 2 3 4 5 6
12 13
11 13
10 13
9 13
8 13
7 13
[13 x 6] = 78

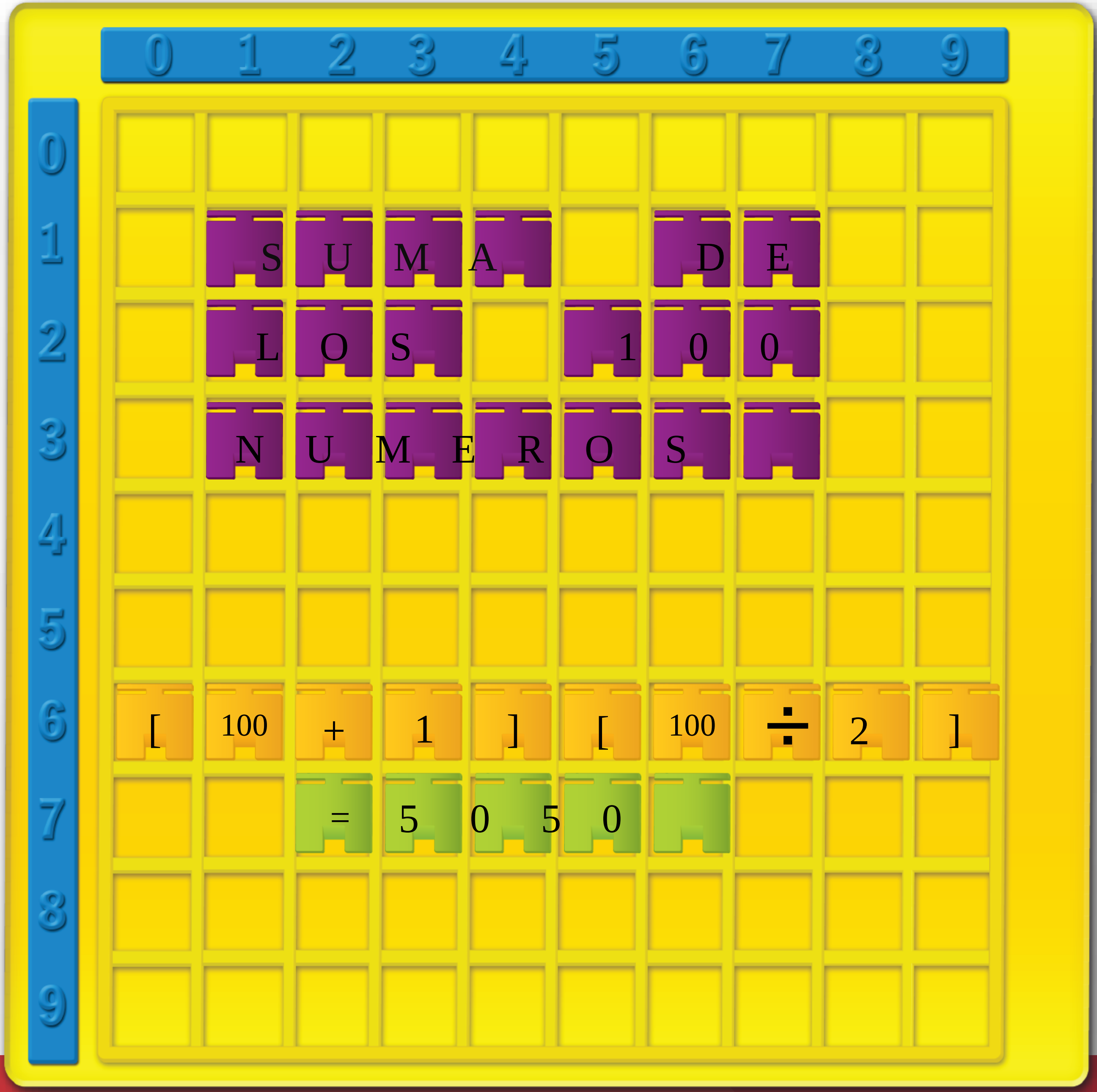


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 + 1 2 3 4 5 6
1 12 13
2 11 13
3 10 13
4 9 13
5 8 13
6 7 13
7 [13 x 6] = 78
8 [12 + 1] [12 ÷ 2]
9 = 78



¿Cuánto es la suma de los primeros 100 números naturales?


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
2 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
3 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
4 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
5 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
6 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70
7 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
8 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90
9 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
SUMA DE
LOS 100
NUMEROS
[100 + 1] [100 ÷ 2]
= 5 0 5 0

Torres de Hanói

Cuenta la leyenda que Dios, al crear el mundo, colocó tres varillas de diamante con 64 discos ordenados por tamaño, el mayor en la base de la primer varilla y el menor arriba de todos los discos. También creo un monasterio con monjes, quienes tenían que mover los discos a la tercer varilla; no podían mover mas de un disco a la vez, y no podían colocar ningún disco encima de otro de menor diámetro. El día que estos monjes consiguieran terminar el juego el mundo acabaría.

Si la leyenda fuera cierta,

¿Cuándo sería el fin del mundo?

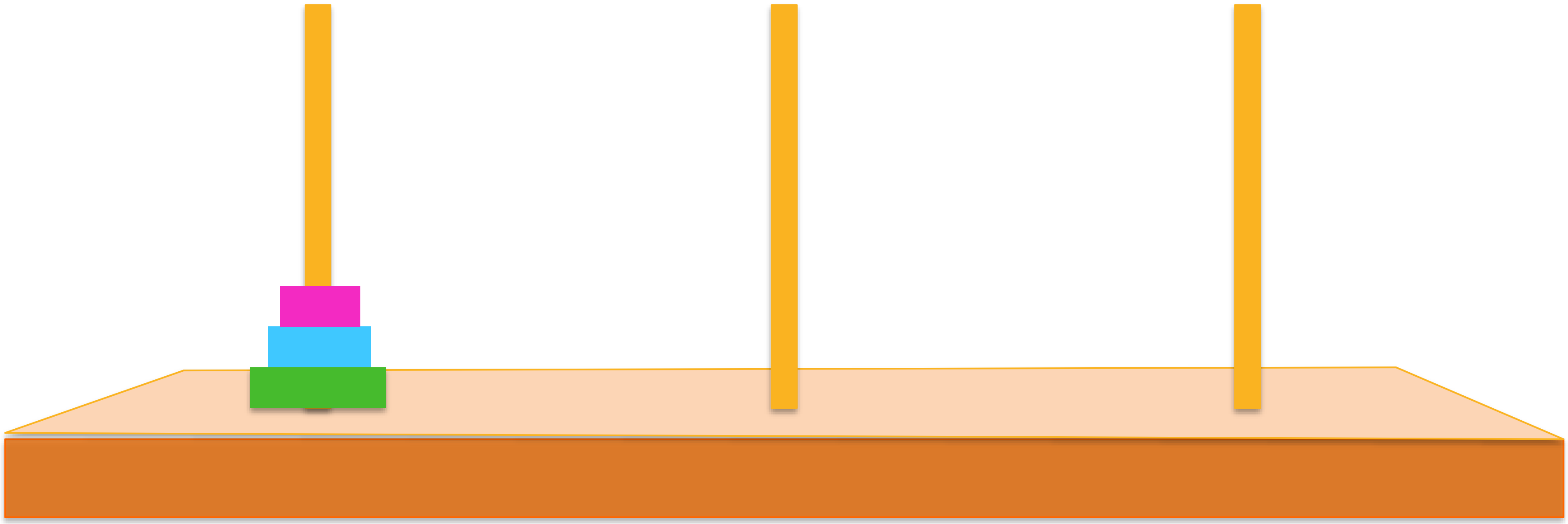
Rompecabezas clásico

El juego de las “Torres de Hanói” consiste en trasladar los discos colocados en un poste extremo al otro poste extremo, respetando las siguientes reglas:

- Los discos se mueven de uno en uno, empezando por el más pequeño.
- No se puede colocar un disco mayor sobre uno menor.

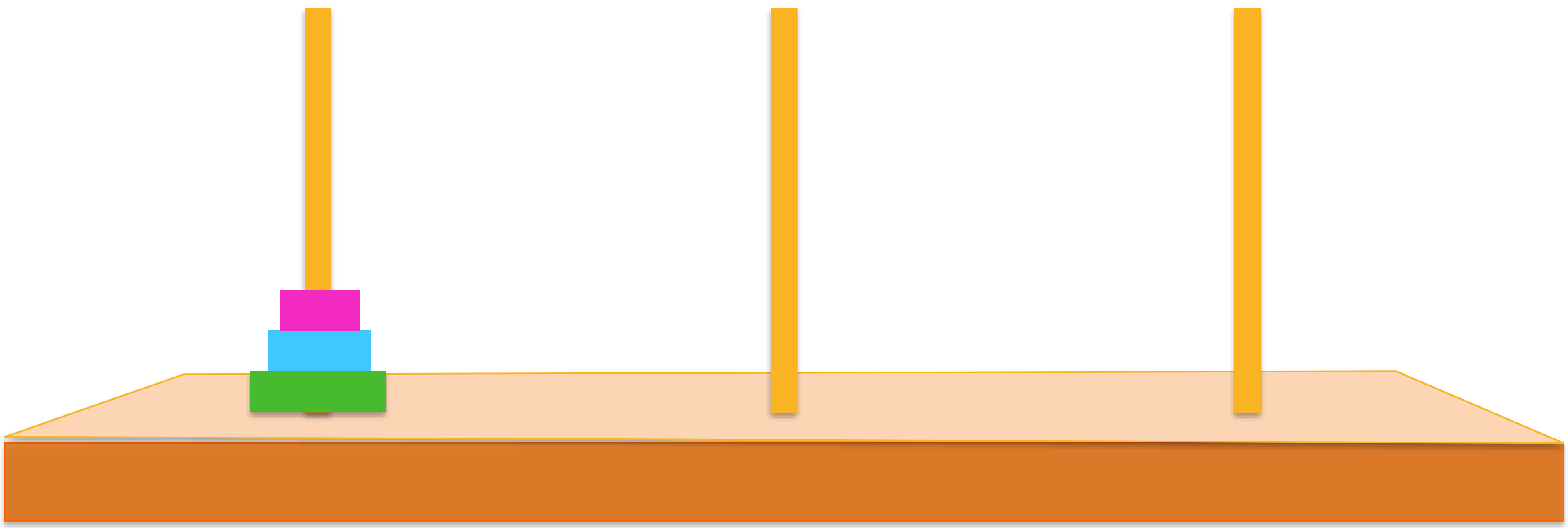
El objetivo del juego es trasladar la torre de 8 discos colocados en el poste izquierdo al poste derecho, realizando el menor número de movimientos posibles.

¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?



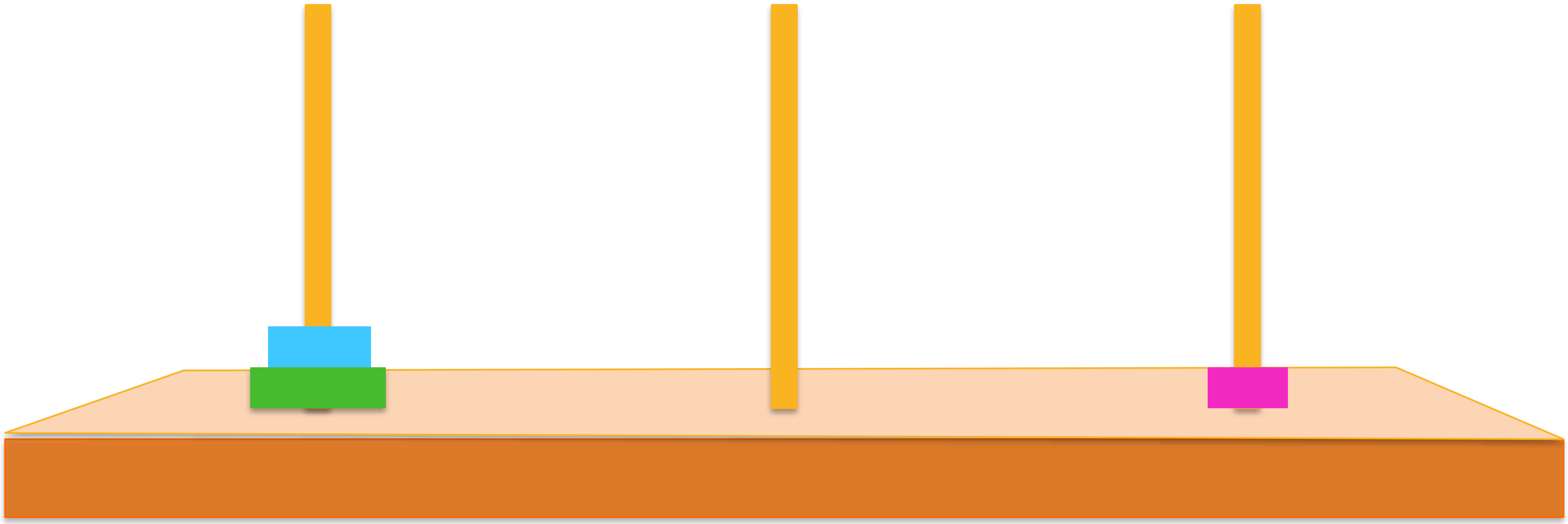
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 0



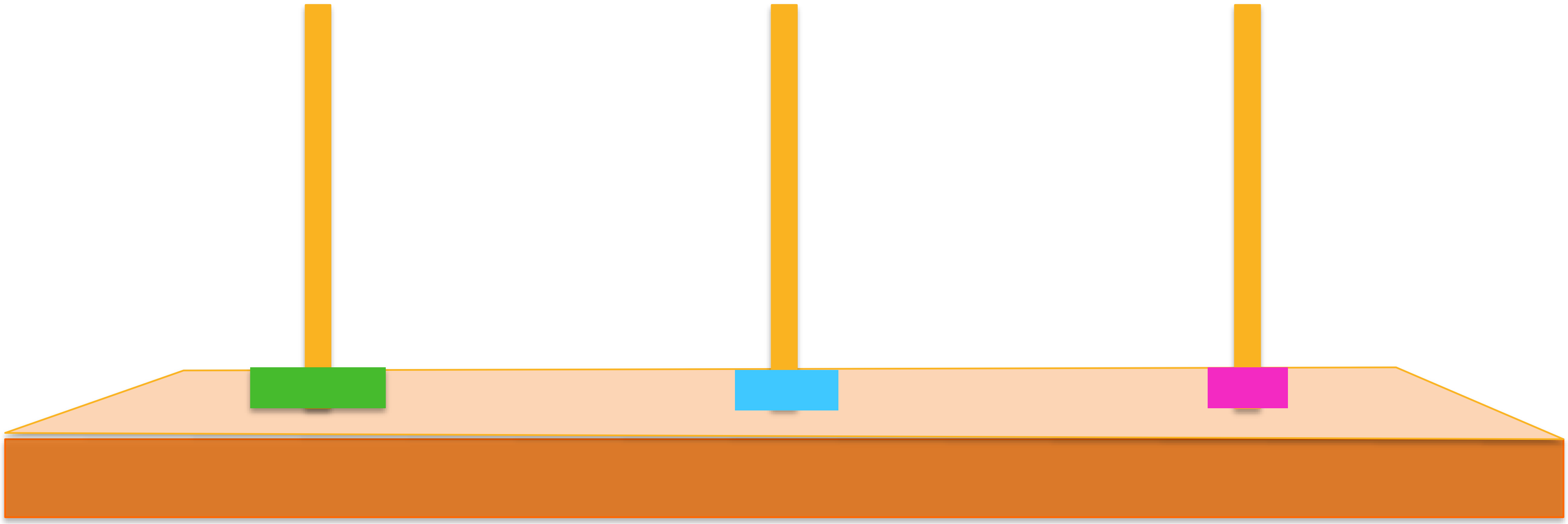
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 1



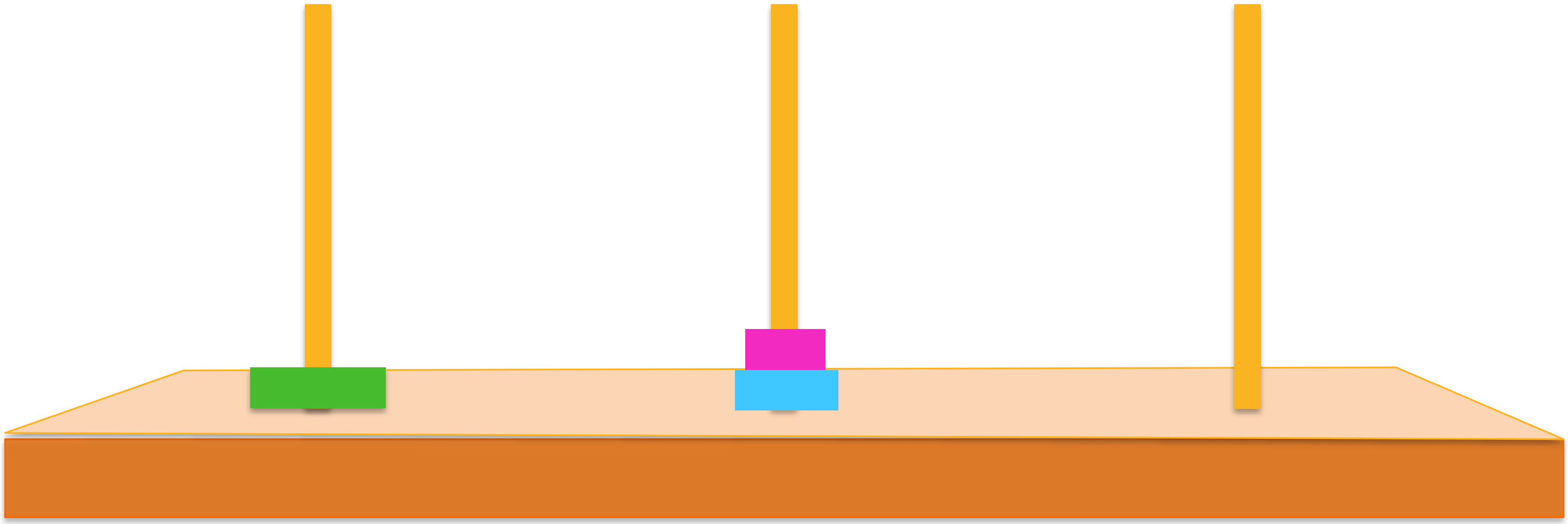
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 2



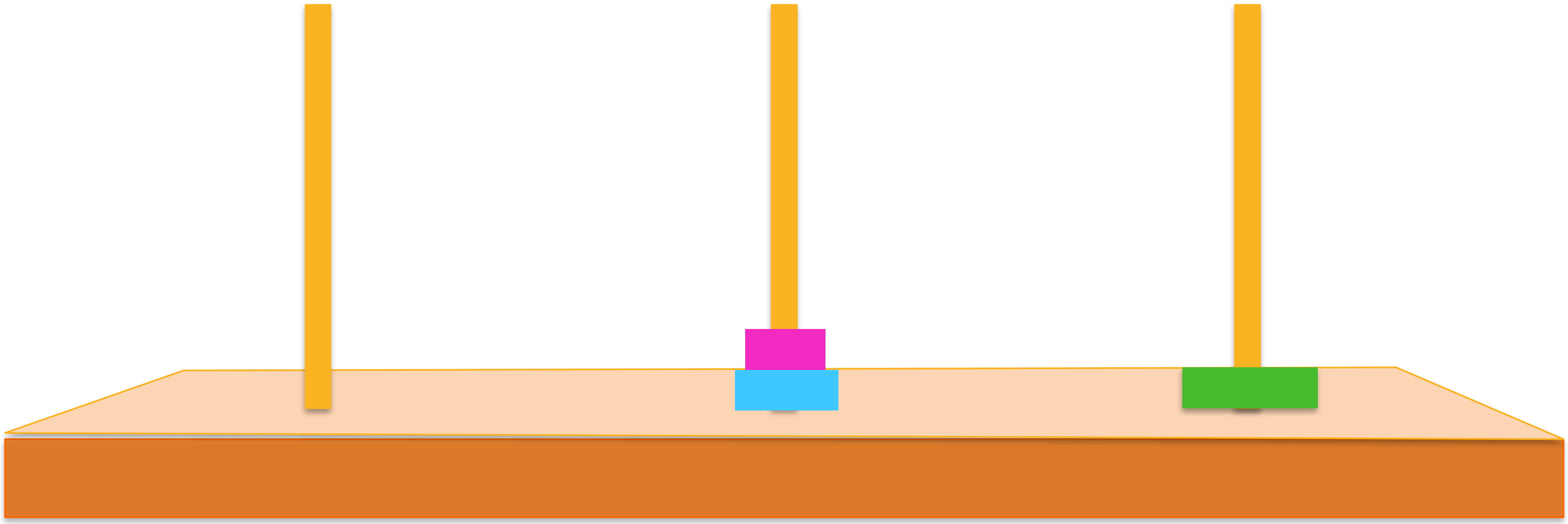
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 3



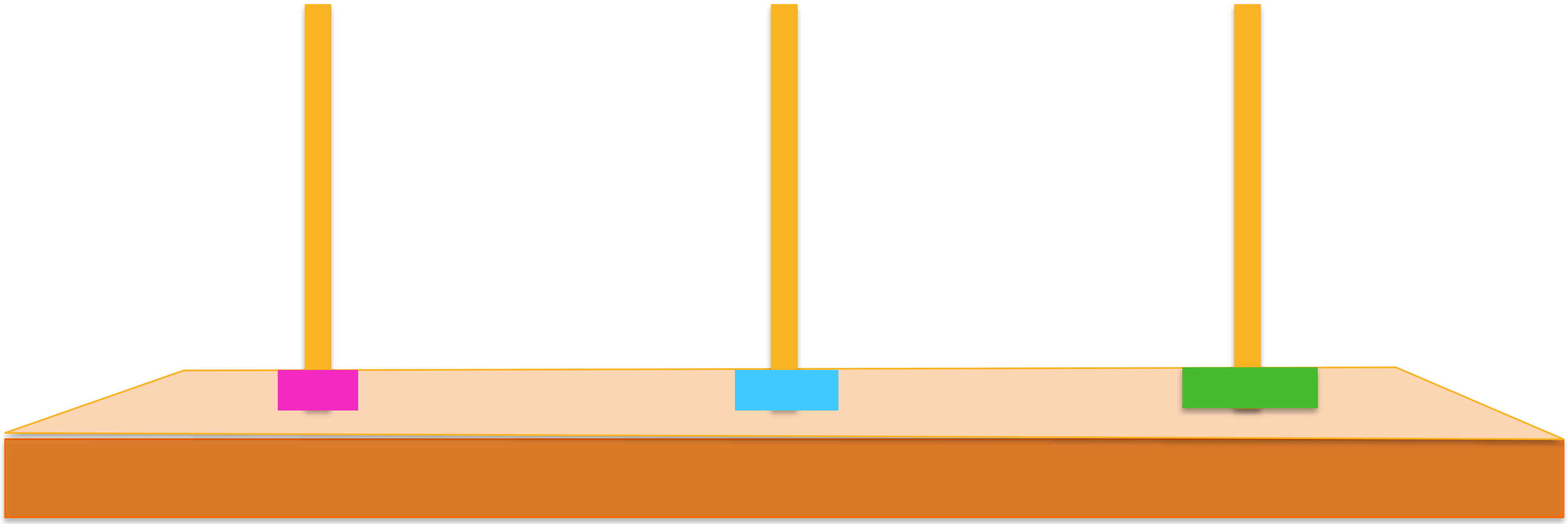
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 4



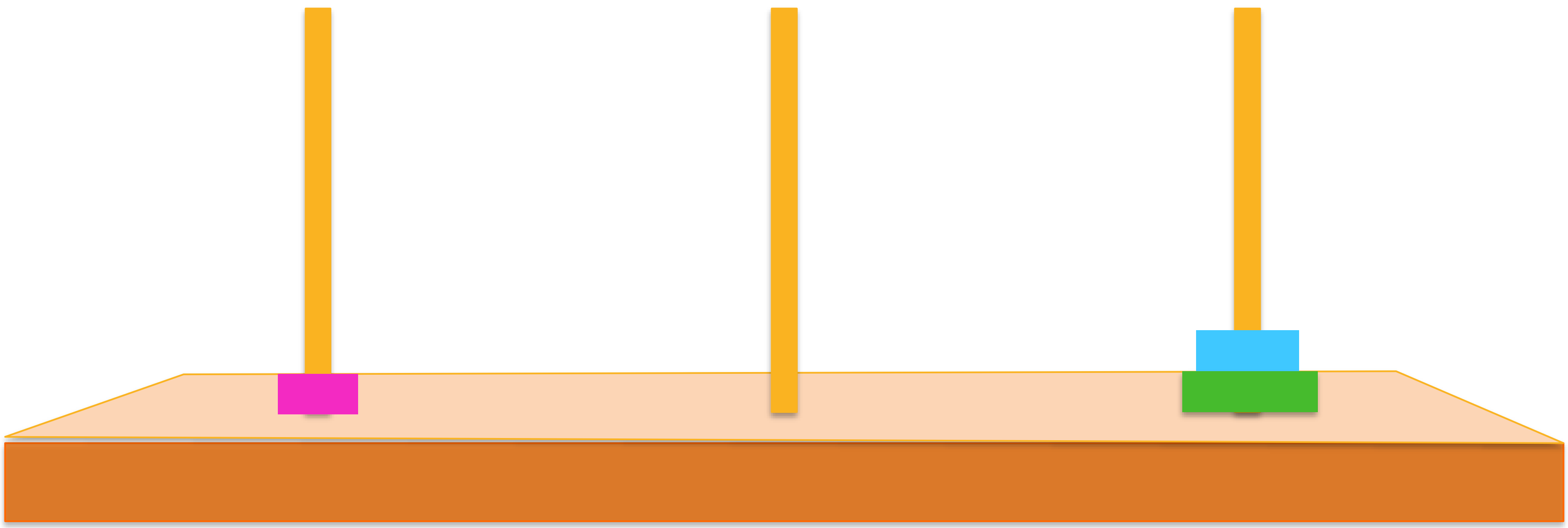
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 5



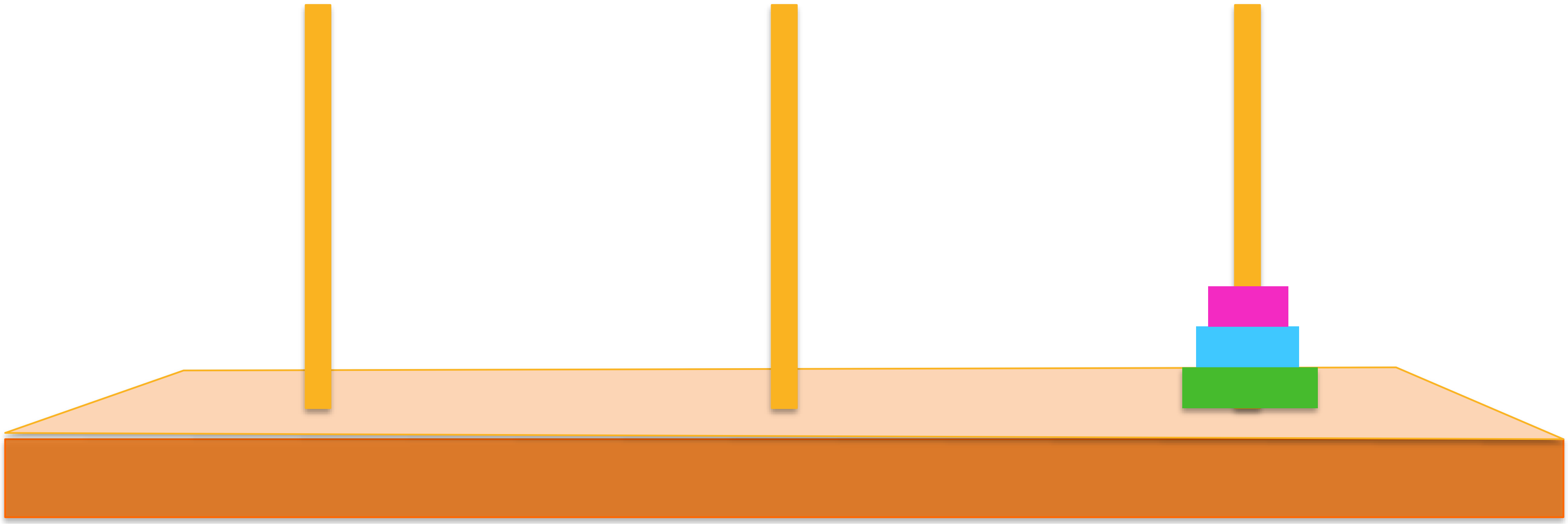
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 6



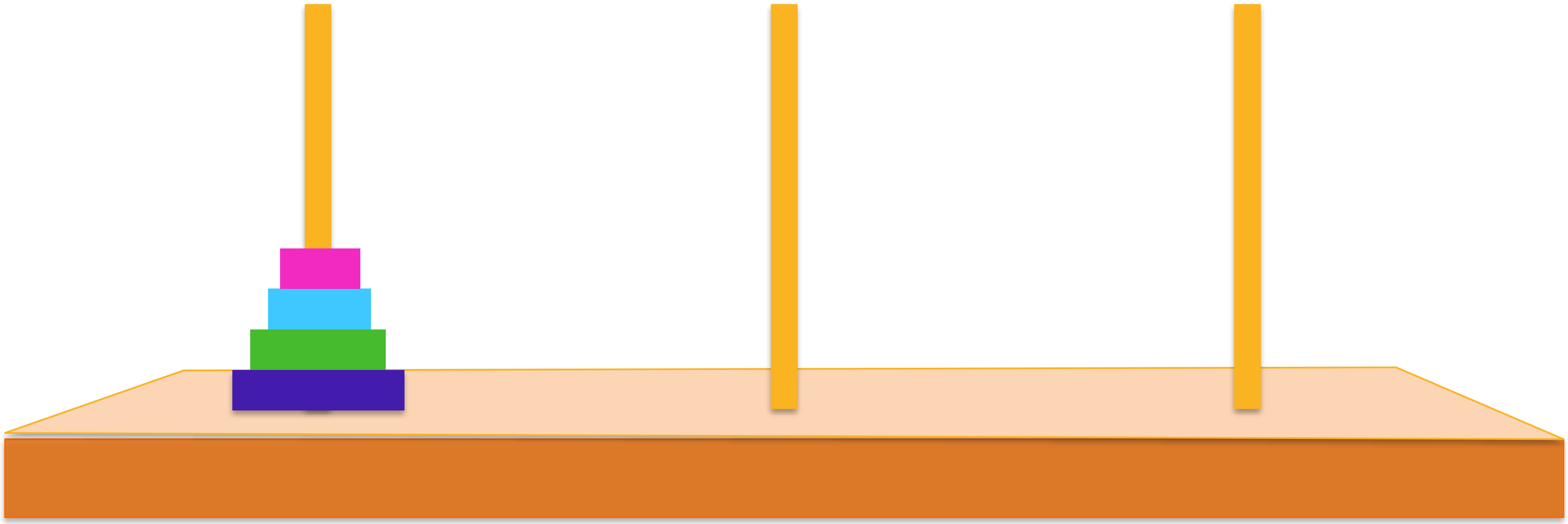
¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 3 discos de un poste a otro?

Movimientos = 7



	Número de movimientos de cada disco			Total de movimientos
	Disco 1	Disco 2	Disco 3	
1	1			1
2	2	1		3
3	4	2	1	7

¿Cuál es el número mínimo de movimientos para mover un grupo de 4 discos de un poste a otro?



	Número de movimientos de cada disco				Total de movimientos
	Disco 1	Disco 2	Disco 3	Disco 4	
1	1				1
2	2	1			3
3	4	2	1		7
4	8	4	2	1	15

En general, el número mínimo de movimientos para cambiar n discos de un poste a otro es:

$$\mathbf{T(n) = 2^n - 1}$$

En relación con la leyenda, **¿cuántos movimientos se necesitan para transportar los 64 disco de una torre a otra?**

En la fórmula *n* toma el valor de 64. Así

$$T(64) = 2^{64} - 1$$

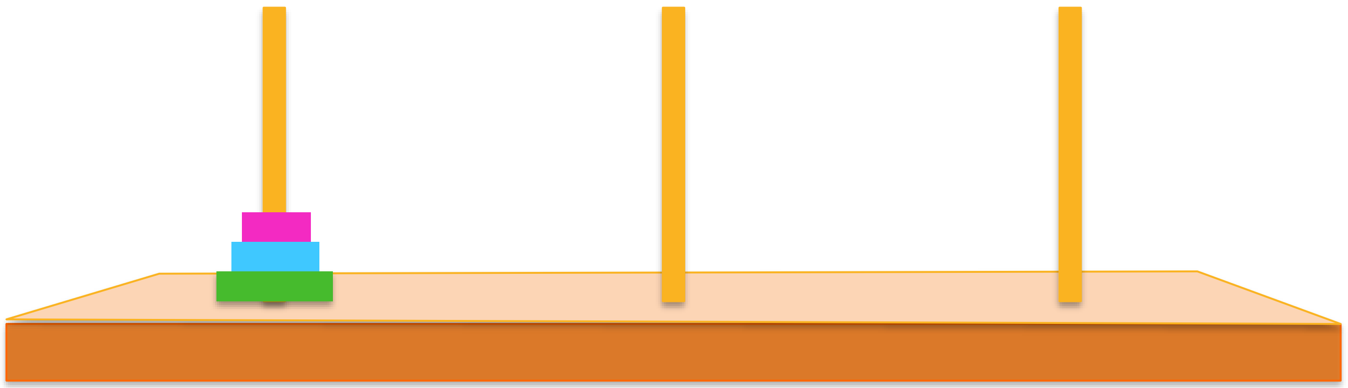
T(64) = 18 446 744 073 709 551 615

Si los monjes hacen un movimiento por segundo, sin fallar, los 64 discos estarán en la tercer varilla en 18 446 744 073 709 551 615 segundos, es decir, 584 942 417 355 años.

Contando con las Torres de Hanói

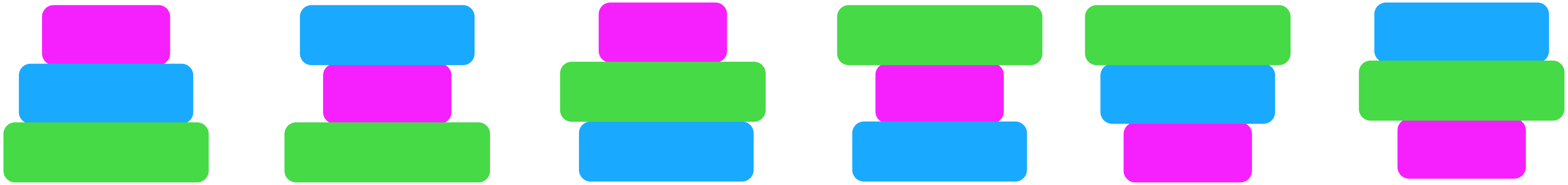
¿De cuantas maneras diferentes se pueden colocar 3 discos en un poste?

Suponer que no importa que un disco grande esté sobre uno pequeño.



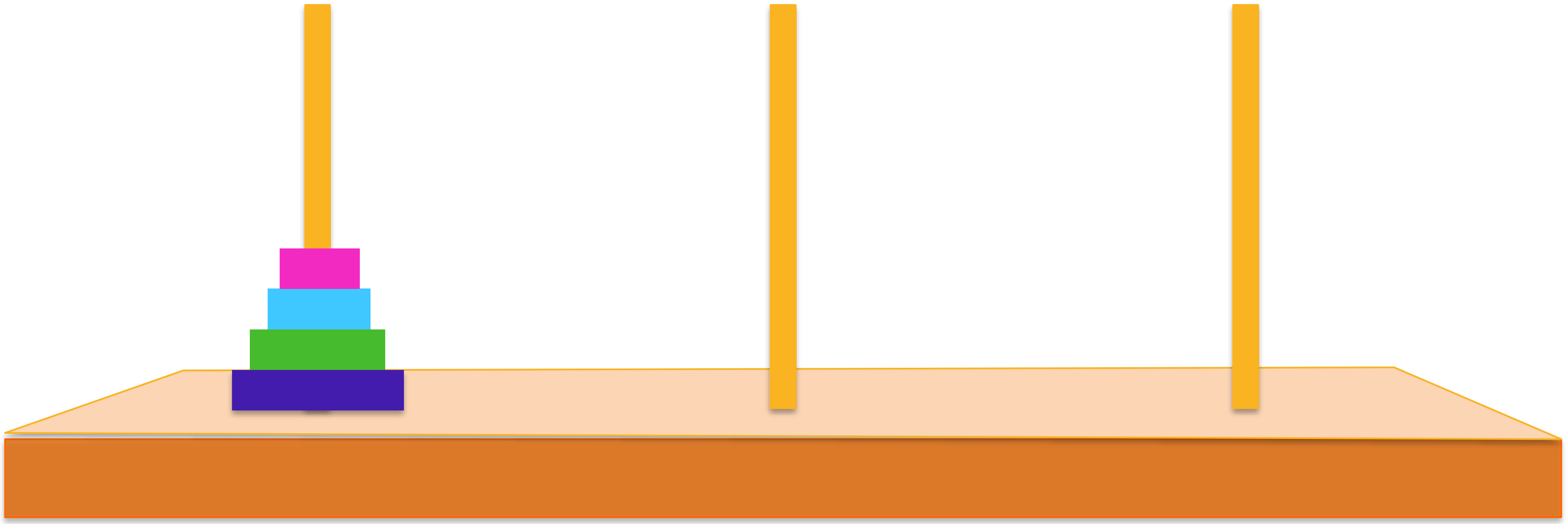
¿De cuantas maneras diferentes se pueden colocar 3 discos en un poste?

Suponer que no importa que un disco grande esté sobre uno pequeño.



6 maneras distintas

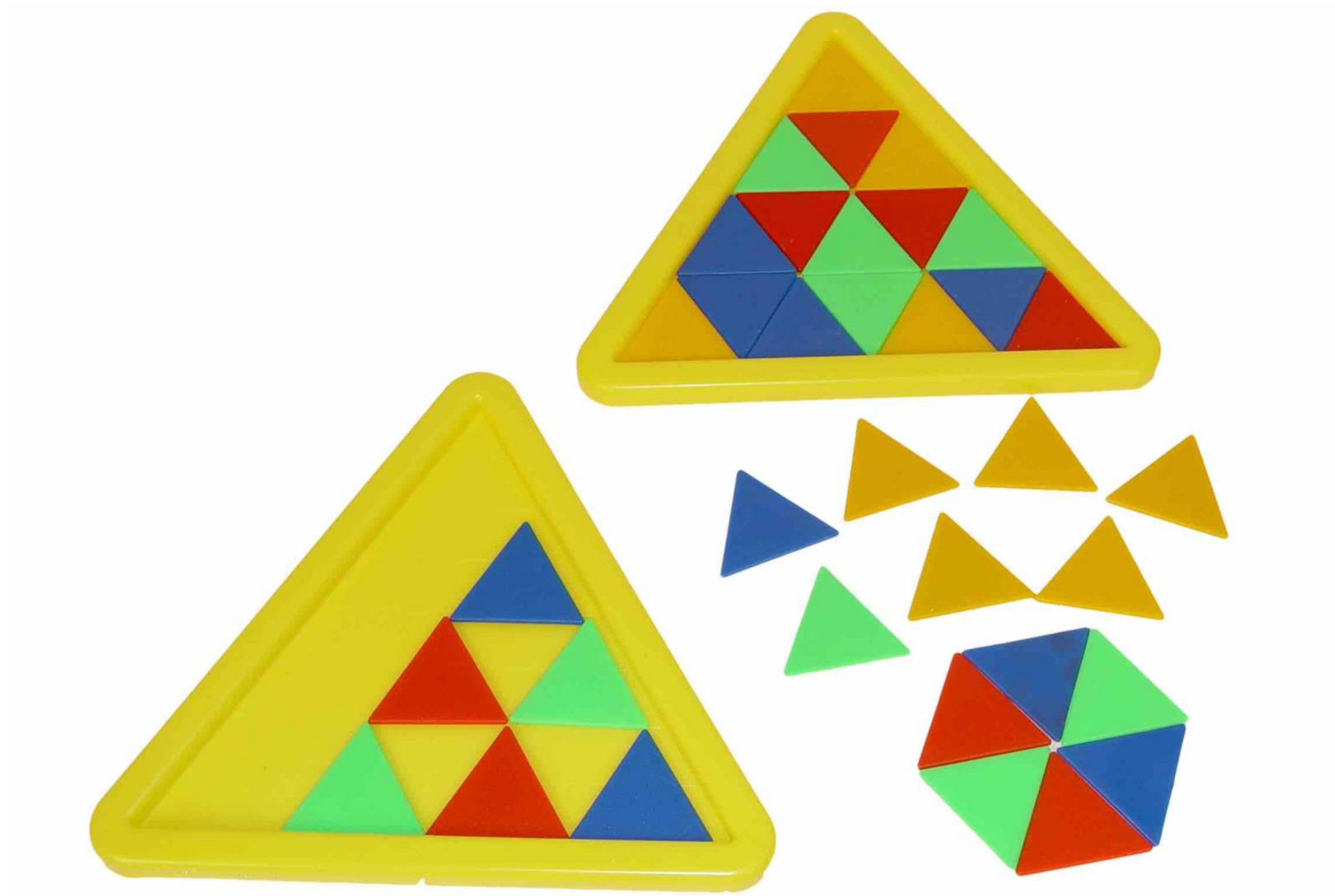
¿De cuantas maneras diferentes se pueden colocar 4 discos en un poste?



¿De cuantas maneras diferentes se pueden colocar 4 discos en un poste?

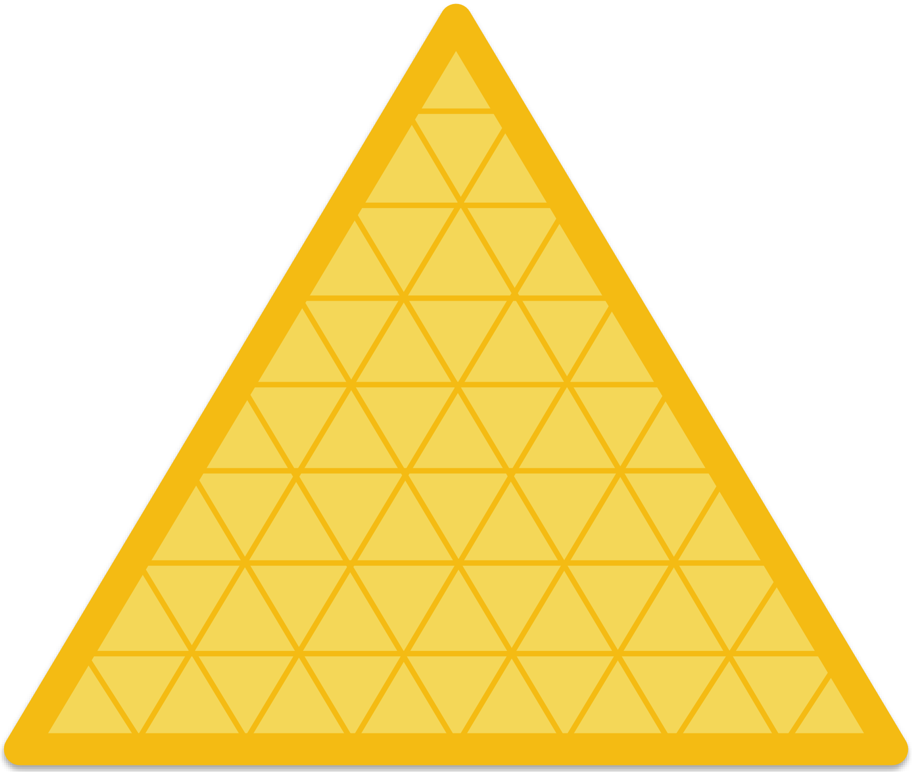
24 maneras distintas

Triángulo de Sierpinski

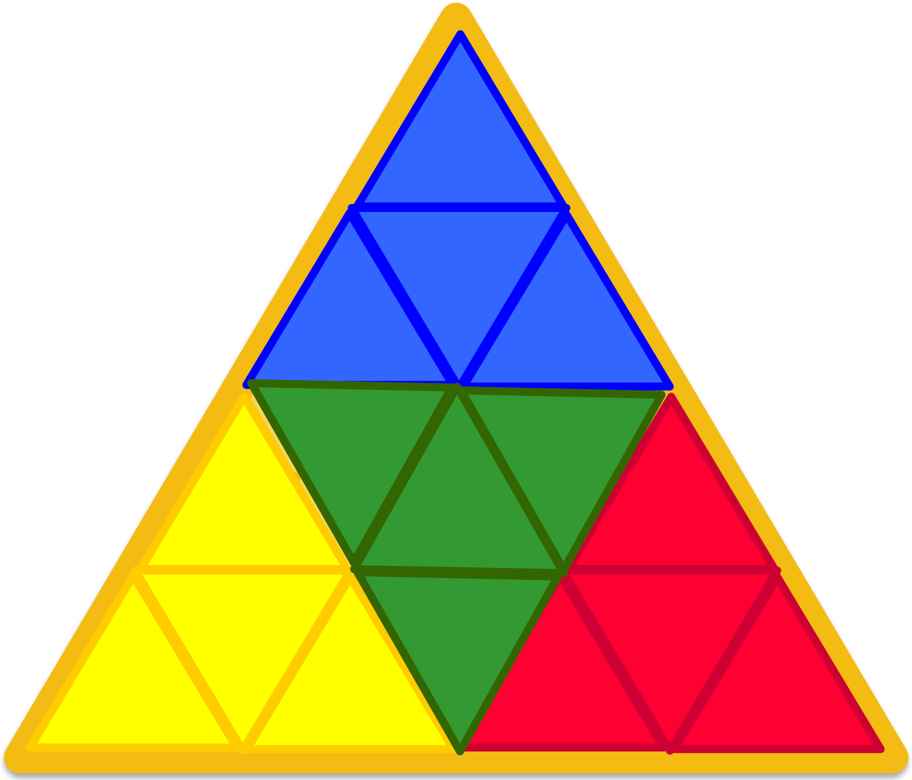


Construcción del triángulo de Sierpinski

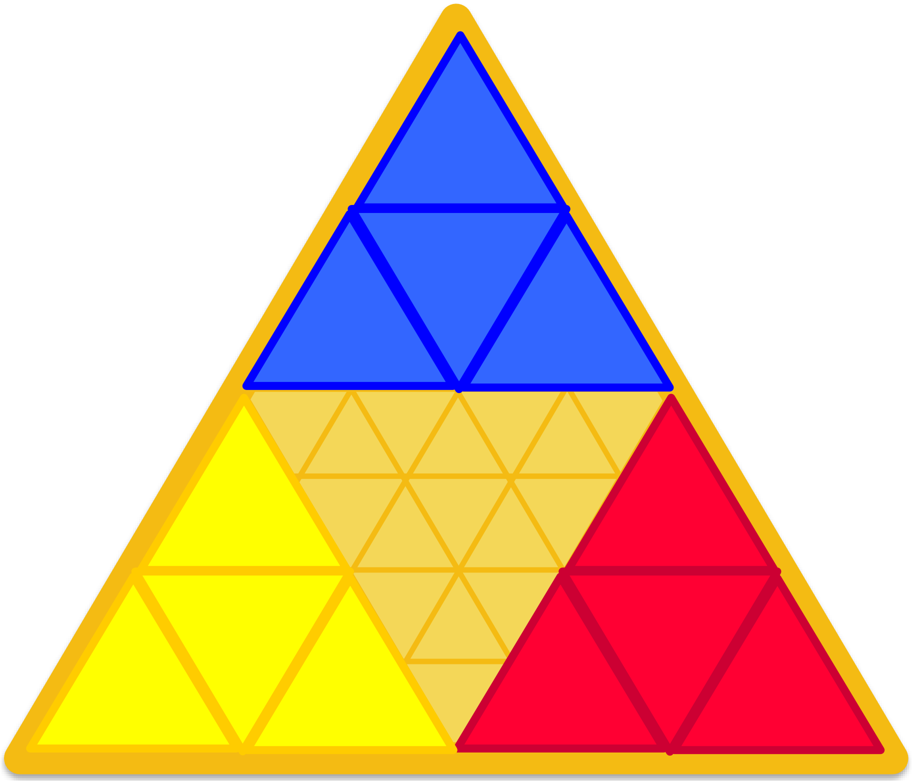
Se inicia con el triángulo equilátero, en este caso, la base triangular.



Se colocan los 16 triángulos de colores de manera que se observen cuatro triángulos congruentes entre sí.

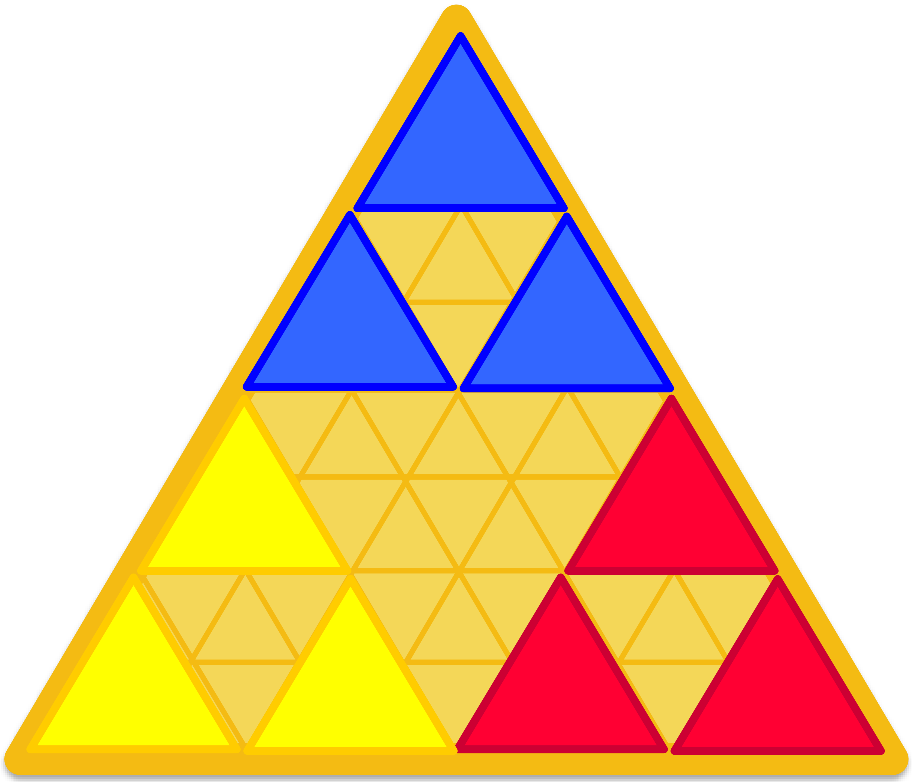


Se extrae el triángulo central, quedando 3 triángulos equiláteros congruentes.



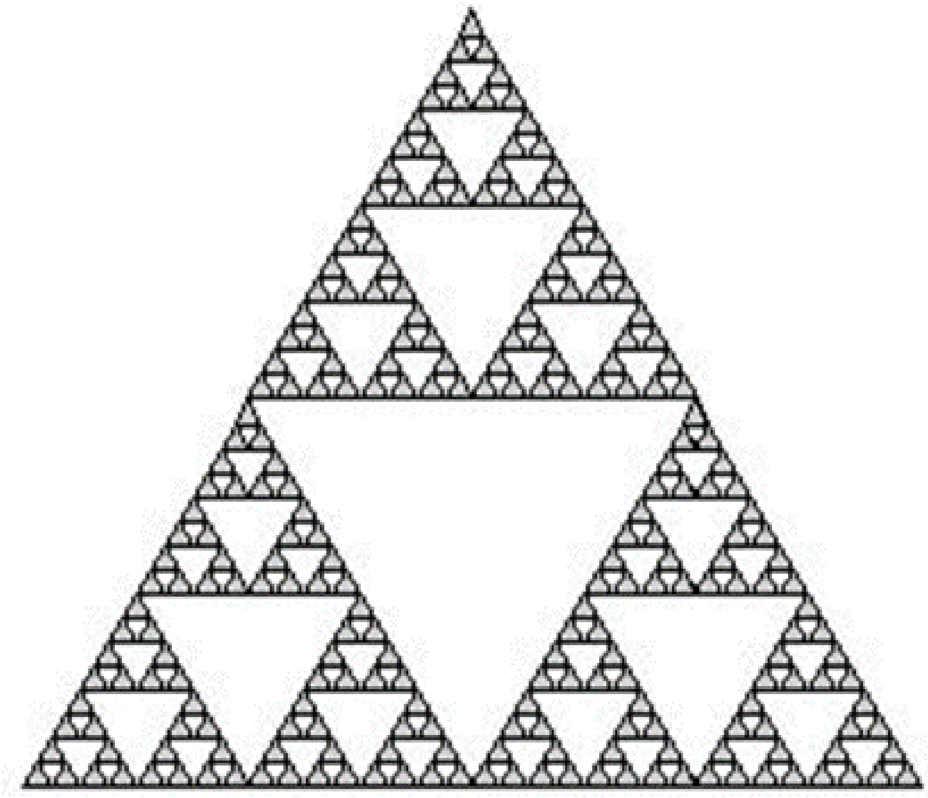
Después, se repite el proceso anterior en cada uno de los 3 triángulos obtenidos, formados por cuatro triángulos congruentes pequeños.

Se extrae el triángulo central obteniendo la siguiente figura:

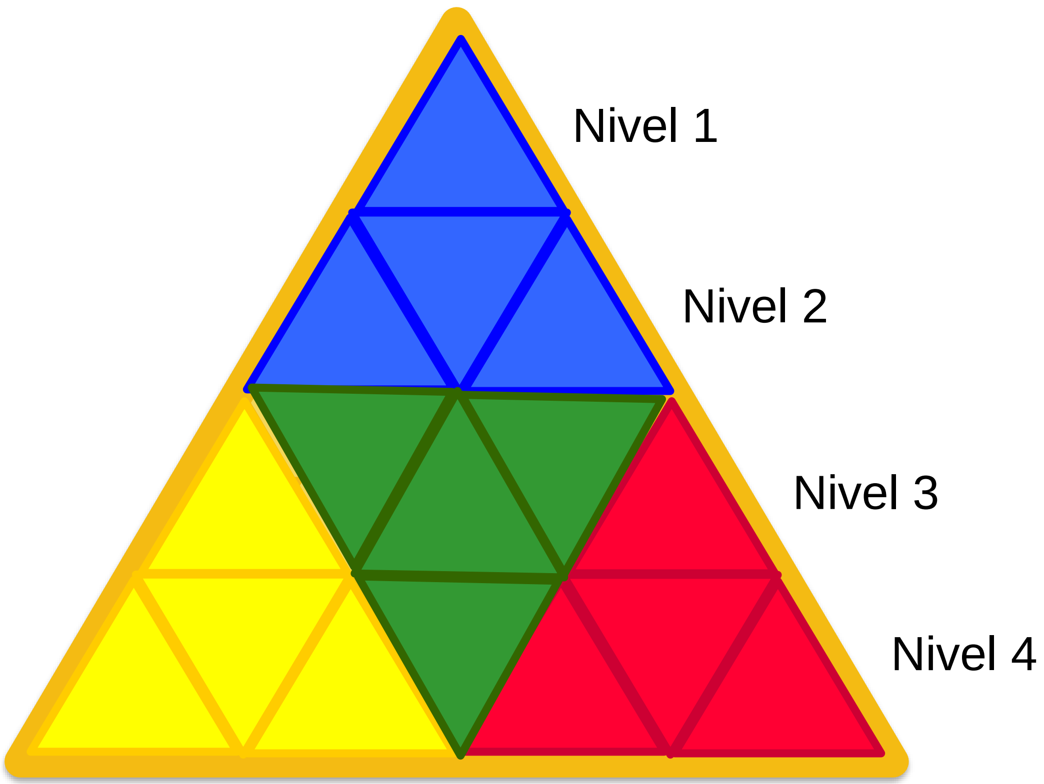


En este momento del proceso se tienen 9 triángulos equiláteros congruentes.

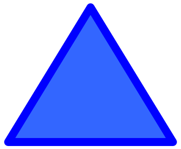
Si se repite el proceso infinitamente se obtiene una figura fractal llamada **"Triángulo de Sierpinski".**



En la siguiente construcción, ¿cuántos triángulos pequeños hay en cada nivel?

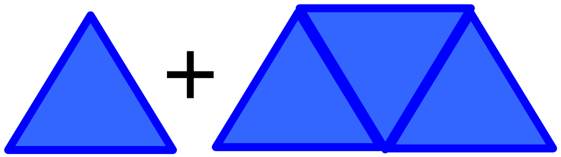


Nivel 1



$$\text{SUMA} = 1$$
$$= 1$$
$$= 1^2$$

Nivel 1 + Nivel 2

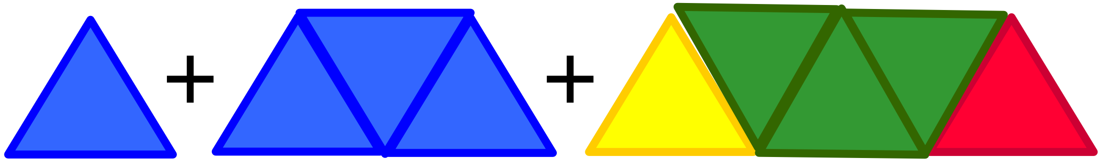


SUMA $= 1+3$

$=4$

$=2^2$

Nivel 1 + Nivel 2 + Nivel 3

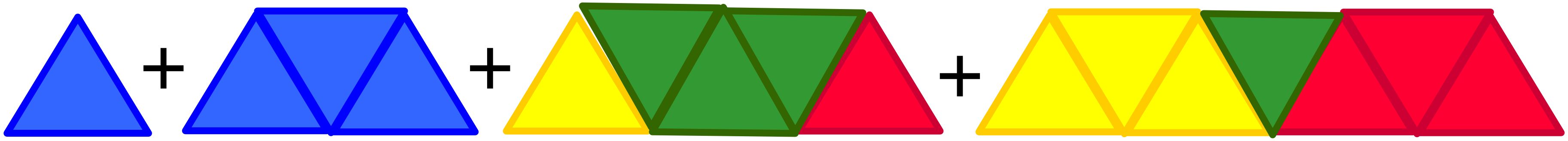


SUMA $= 1+3+5$

$=9$

$=3^2$

Nivel 1 + Nivel 2 + Nivel 3 + Nivel 4



SUMA $= 1+3+5+7$

$=16$

$=4^2$

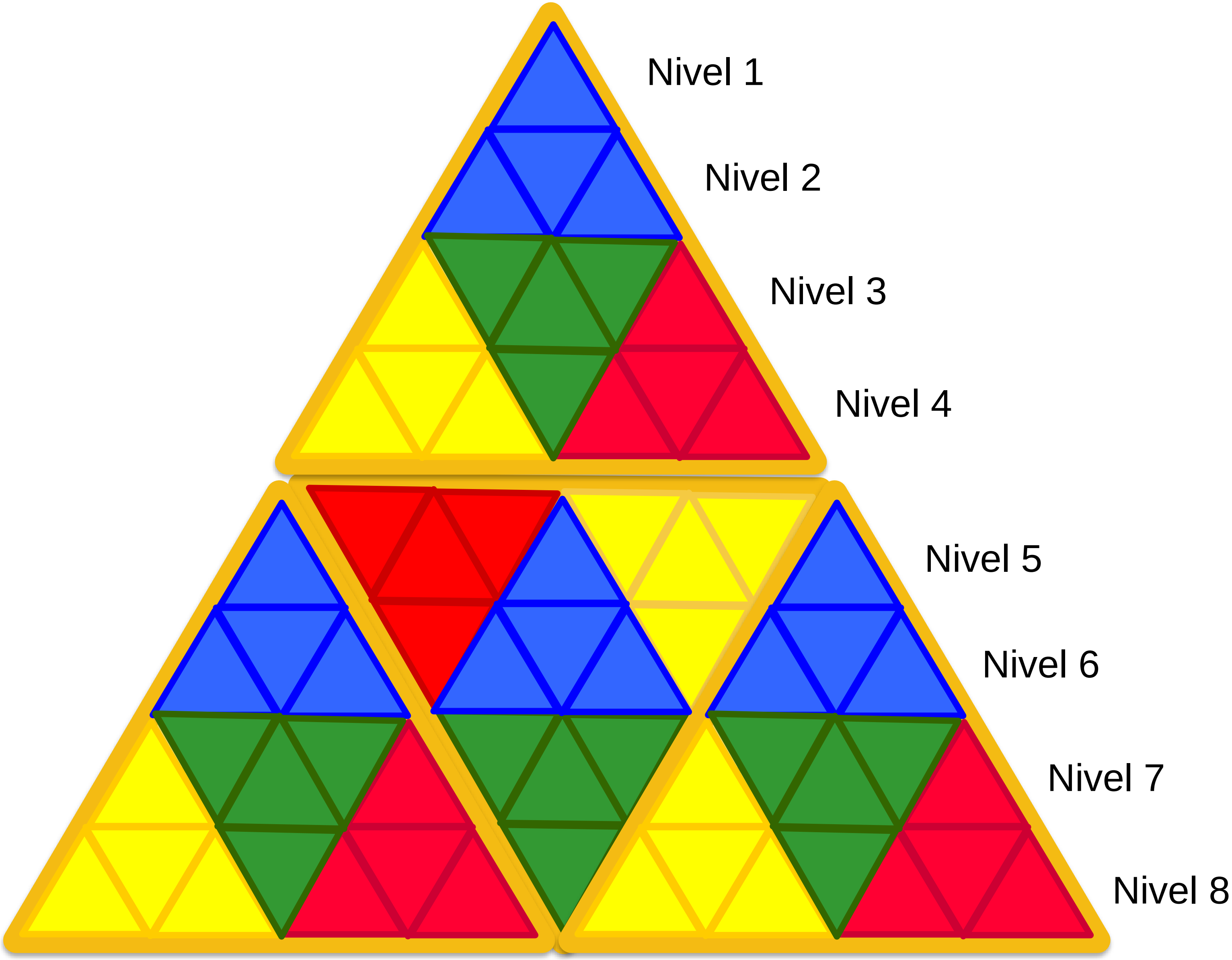
¿Cuántos triángulos pequeños tendrá la construcción en el nivel 8?

¿Cuántos triángulos pequeños tendrá la construcción en el nivel 8?

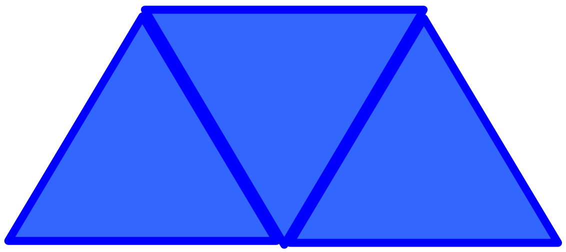
SUMA $= 1+3+5+7+9+11+13+15$

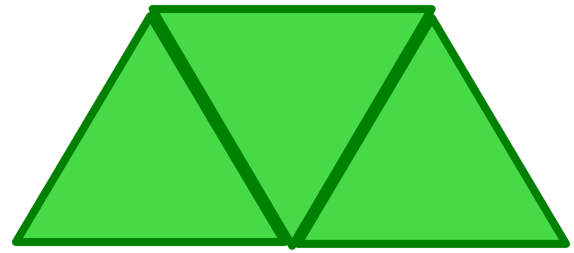
$= 64$

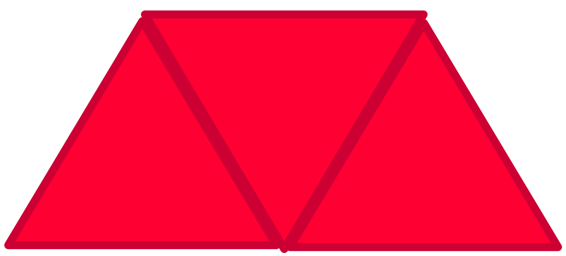
$= 8^2$

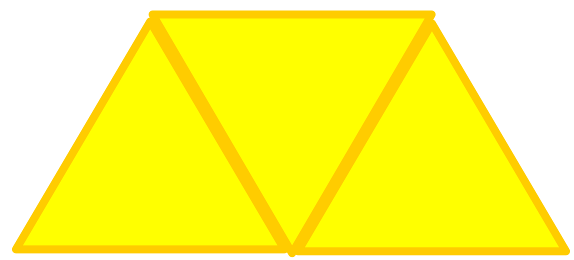

Nivel 1
Nivel 2
Nivel 3
Nivel 4
Nivel 5
Nivel 6
Nivel 7
Nivel 8

Con las siguientes piezas construye una figura semejante a ellas.

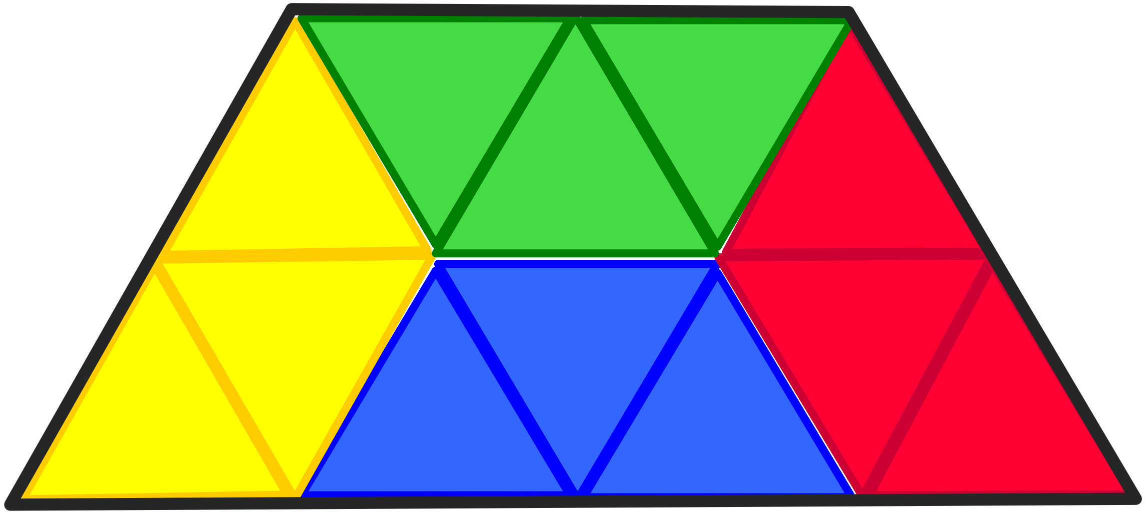




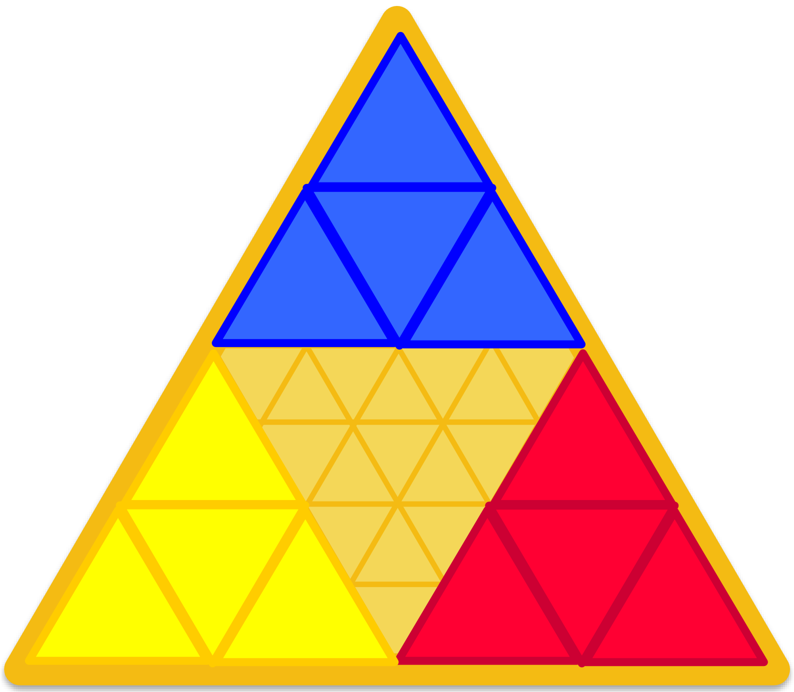




Con las siguientes piezas construye una figura semejante a ellas.

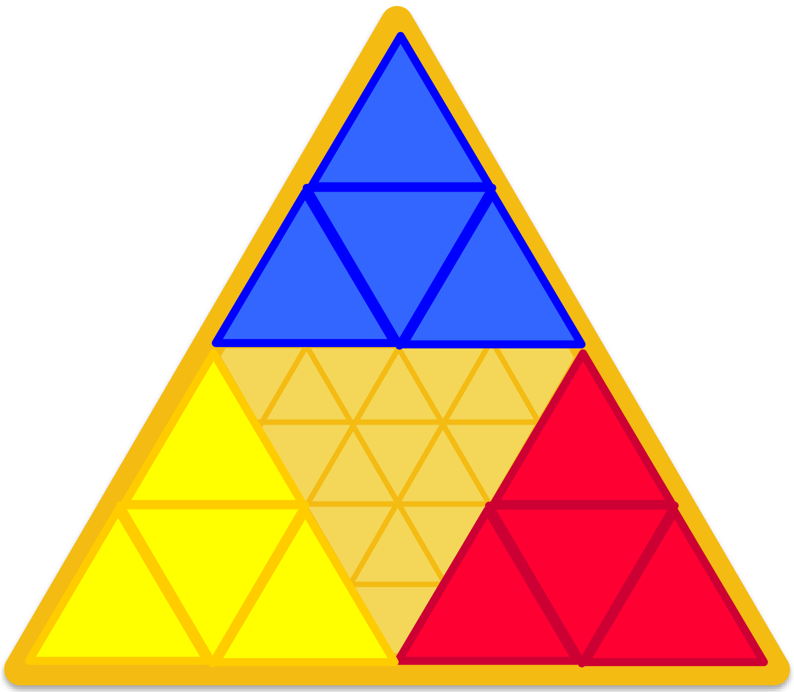


Si el área de la base triangular es $1u^2$, ¿cuál es el área de la base que no está cubierta por triángulos pequeños?

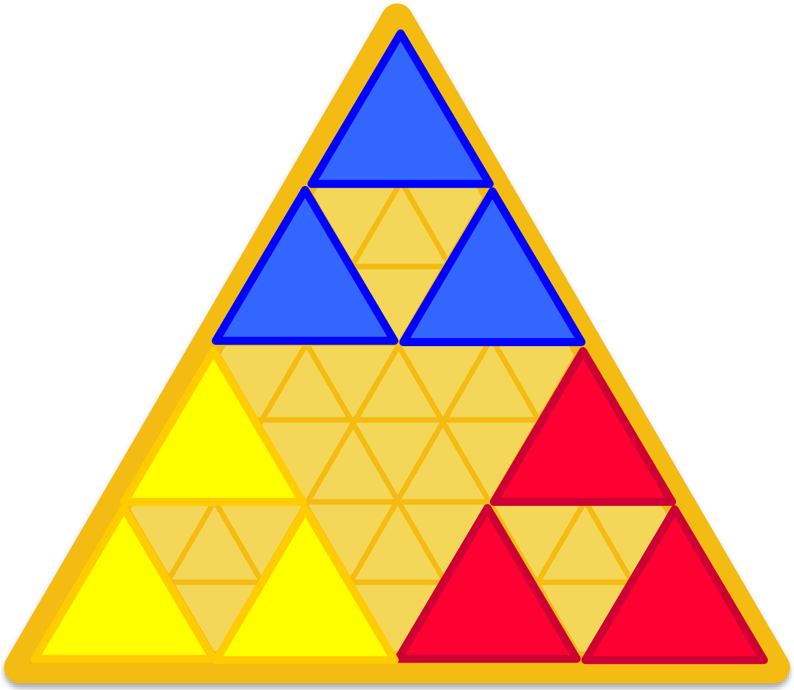


Si el área de la base triangular es 1u², ¿cuál es el área de la base que no está cubierta por triángulos pequeños?

$$A = \frac{1}{4}u^2$$

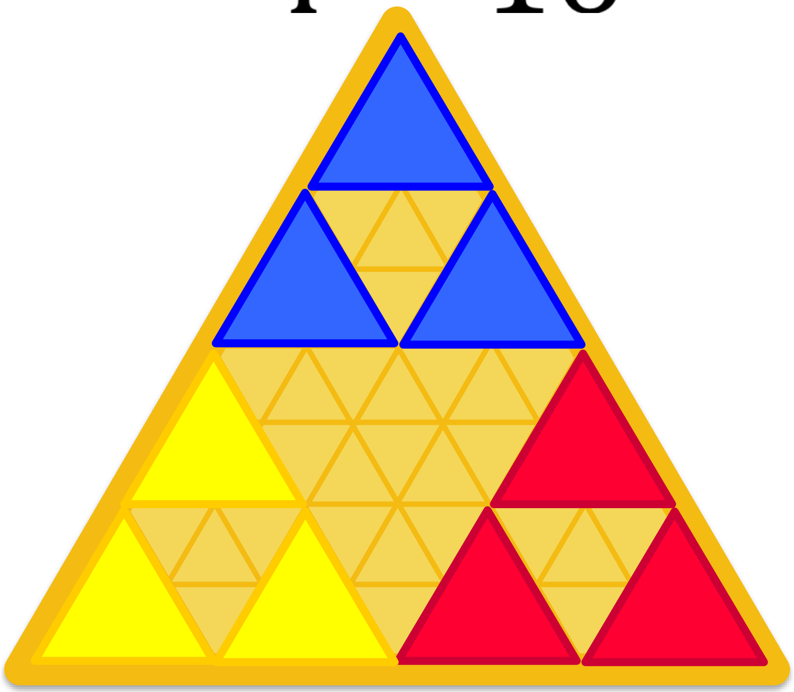


¿Cuál es el área de la base que no está cubierta por triángulos pequeños?

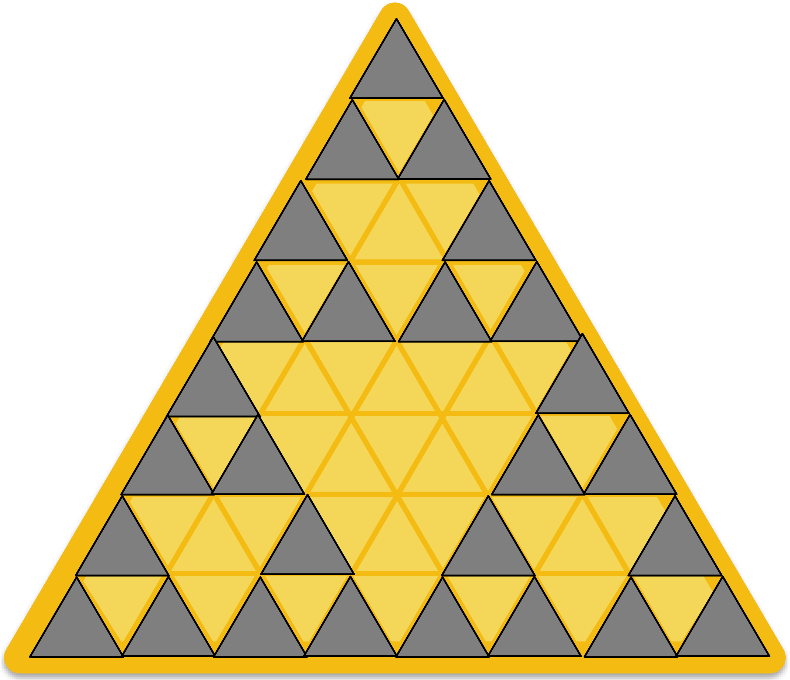


¿Cuál es el área de la base que no está cubierta por triángulos pequeños?

$$A = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16}\right)u^2$$

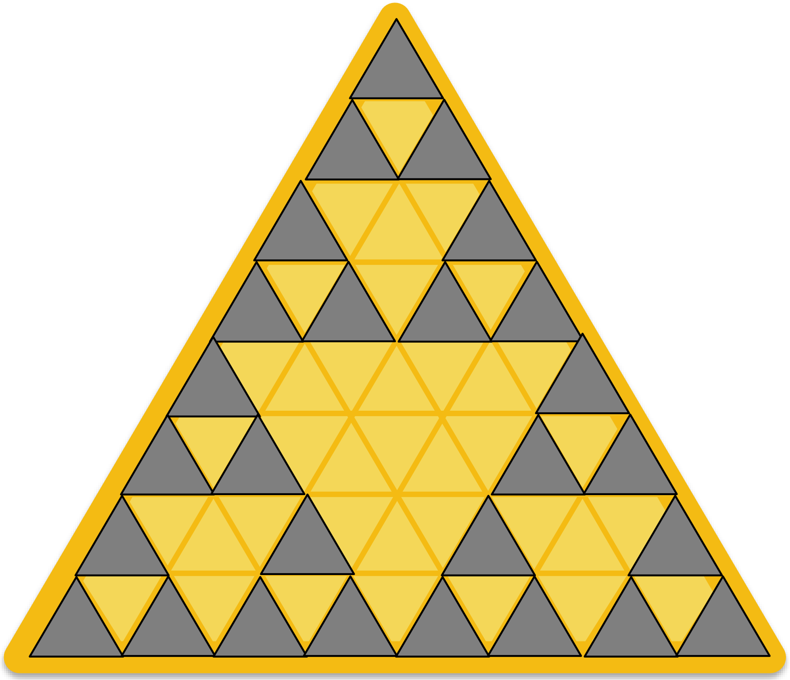


En el siguiente nivel de la construcción, ¿cuál será el área de la base triangular que no está cubierta?



En el siguiente nivel de la construcción, ¿cuál será el área de la base triangular que no está cubierta?

$$A = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64}\right)u^2$$



Se forma la sucesión:

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{0}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{0} + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{1}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{0} + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{1} + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$$

En el nivel *enésimo* de la construcción del Triángulo de Siespinski, el área que no está cubierta es:

$$A(n) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{0} + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{1} + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{2} + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

En el nivel *enésimo* de la construcción del Triángulo de Siespinski, el área que no está cubierta es:

$$A(n) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Otra forma de escribir esto es:

$$A(n) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right)$$

La expresión

$$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{0}+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{1}+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{2}+\cdots+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

es una serie geométrica.

Al continuar con el proceso de construcción del Triángulo de Siespinski una *infinidad* de veces. Se obtiene:

$$A(k) = \sum_{0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{k}$$

$$A(k) = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$A(k) = 1$$

Lo cual significa que queda el área del triángulo vacía.

¡¡Muchas gracias!!